

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté des sciences appliquées
Département de génie civil

CONFINEMENT DE COLONNES COURTES EN BÉTON
DE SECTION CARRÉE OU RECTANGULAIRE
AVEC DES MATÉRIAUX COMPOSITES

Mémoire de maîtrise ès sciences appliquées
Spécialité : génie civil

Pierre ROCHETTE

Sherbrooke (Québec), CANADA

Janvier 1996

RÉSUMÉ

L'étude présentée dans ce mémoire porte sur le confinement de colonnes en béton par la mise en place d'une enveloppe mince de matériaux composites. L'objectif principal des travaux est de vérifier l'applicabilité de cette méthode de réhabilitation à des colonnes de section non circulaire. Les effets de la variation de la rigidité du confinement et du type de section sont mesurés expérimentalement et sont étudiés à l'aide d'un modèle numérique.

Les résultats d'essais de chargement réalisés sur des échantillons en béton de petites dimensions, de section carrée ou rectangulaire et enveloppés par différentes configurations de fibres de carbone et d'aramide, montrent qu'il est possible d'augmenter substantiellement la ductilité des colonnes, et, dans certains cas, leur résistance. Parmi les facteurs étudiés, le rayon des coins des colonnes est celui dont l'effet est le plus important. Plus la section s'approche de celle du cercle, plus le confinement est efficace.

Parallèlement aux essais, un modèle mathématique utilisant la méthode des éléments finis est développé pour décrire le comportement structural des échantillons testés. Le béton est modélisé par une formulation élasto-plastique et les matériaux composites sont considérés comme linéairement élastiques jusqu'à la rupture. La validité des résultats obtenus numériquement est basée sur une comparaison aux résultats expérimentaux.

REMERCIEMENTS

Je tiens d'abord à remercier sincèrement mon directeur de recherche, le professeur Pierre Labossière, pour sa grande disponibilité et pour la qualité de son encadrement.

Je remercie également monsieur Laurent Thibodeau, qui sait si bien nous faire profiter de sa vaste expérience lors de la réalisation des montages expérimentaux, et monsieur Clément Reynolds, dont les conseils et l'assistance technique sont souvent d'un grand secours lors des travaux de laboratoire.

Les conseils et l'aide reçus, à maintes occasions, de messieurs Marc Demers et François Picher ont été grandement appréciés. Je les en remercie.

J'adresse des remerciements particuliers à monsieur S. Samejima de la compagnie Mitsubishi Canada, qui a fourni les composites à base de fibres de carbone utilisés dans les essais.

Ce projet de recherche a été rendu possible grâce au support financier du Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG).

TABLE DES MATIÈRES

1.	INTRODUCTION	1
2.	LES MATÉRIAUX COMPOSITES DANS LES STRUCTURES	3
2.1	Potentiel des matériaux composites d'avant-garde en génie civil.....	3
2.2	Propriétés des matériaux composites d'avant-garde.....	4
2.3	Renforcement de colonnes par confinement latéral.....	6
2.4	Études antérieures portant sur les colonnes confinées.....	6
2.5	Modèles de béton confiné.....	8
2.5.1	Travaux portant sur le béton confiné.....	8
3.	PROGRAMME EXPÉRIMENTAL	12
3.1	Description des essais.....	12
3.1.1	Essais sur les matériaux composites.....	12
3.1.2	Rigidité de l'enveloppe de confinement.....	13
3.1.3	Type de section.....	14
3.1.4	Fabrication des colonnes.....	15
3.1.5	Chargement et acquisition.....	16
3.2	Résultats et analyse.....	16
3.2.1	Fibres de carbone et fibres d'aramide.....	18
3.2.2	Variation de la rigidité du confinement.....	19
3.2.3	Variation du rayon des coins.....	21
3.2.4	Rupture des colonnes.....	22
3.2.5	Évaluation de la ductilité.....	23
4.	MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES MATÉRIAUX	43
4.1	Les matériaux composites.....	43
4.2	Le béton confiné.....	44
4.2.1	Critères de chargement et de déchargement.....	45
4.2.2	Tenseur des déformations élastiques.....	46
4.2.3	Tenseur des déformations plastiques.....	47
4.2.4	Modèles élastiques-parfaitement plastiques pour le béton.....	47
4.2.5	Fonction de Drucker-Prager.....	49
4.3	Méthode des éléments finis.....	52
4.3.1	Dérivation de la matrice de rigidité.....	52
4.3.2	Solution numérique pour l'analyse non linéaire.....	54
4.4	Procédure numérique par incréments des modèles élasto-plastiques.....	55

5.	APPLICATION DU MODÈLE ÉLASTO-PLASTIQUE AUX COLONNES CONFINÉES	61
5.1	Formulation par éléments finis.....	61
5.1.1	Élément tridimensionnel à huit noeuds.....	61
5.1.2	Assemblage des matrices élémentaires et solution du système d'équations	62
5.2	Modélisation du comportement des colonnes confinées.....	64
5.2.1	Discrétisation du domaine	64
5.2.2	Procédure incrémentale du modèle élasto-plastique	65
5.2.3	Résultats numériques et analyse.....	66
5.2.4	Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques.....	68
	CONCLUSION	77
	BIBLIOGRAPHIE	79
	ANNEXE A	82

LISTE DES FIGURES

2.1	Courbe contrainte-déformation idéalisée d'un composite et de l'acier	11
2.2	Courbes contrainte-déformation de cylindres confinés par une enveloppe de fibres de carbone [HARMON <i>et al.</i> , 1992]	11
3.1	Relation contrainte-déformation des matériaux composites.....	29
3.2	Échantillon en place sous la presse	29
3.3	Système de mesure des déformations transversales	30
3.4	Courbe contrainte-déformation de colonnes confinées: (a) avec des fibres d'aramide; (b) avec des fibres de carbone.....	30
3.5	Variation du nombre de couches sur une colonne carrée (carbone, R=5 mm)	31
3.6	Variation du nombre de couches sur une colonne carrée (carbone, R=25 mm)	31
3.7	Variation du nombre de couches sur une colonne carrée (carbone, R=25 mm)	32
3.8	Variation du nombre de couches sur une colonne carrée (carbone, R=38 mm)	32
3.9	Variation du nombre de couches sur une colonne rectangulaire(carbone, R=25 mm).....	33
3.10	Variation du nombre de couches sur une colonne carrée (aramide, R=5 mm)	34
3.11	Variation du nombre de couches sur une colonne carrée (aramide, R=25 mm)	34
3.12	Variation du nombre de couches sur une colonne carrée (aramide, R=38 mm)	35
3.13	Variation du nombre de couches sur un cylindre (aramide, R=76 mm).....	35
3.14	Variation du rayon des coins d'une colonne carrée (carbone, 3 couches).....	36
3.15	Variation du rayon des coins d'une colonne rectangulaire (carbone, 3 couches).....	36
3.16	Variation du rayon des coins d'une colonne carrée (carbone, 4 couches).....	37
3.17	Variation du rayon des coins d'une colonne carrée (carbone, 5 couches).....	37
3.18	Variation du rayon des coins de la colonne (aramide, 3 couches).....	38
3.19	Variation du rayon des coins de la colonne (aramide, 6 couches).....	38
3.20	Variation du rayon des coins de la colonne (aramide, 9 couches).....	39
3.21	Variation du rayon des coins de la colonne (aramide, 12 couches).....	39
3.22	Zone de rupture typique d'une colonne faiblement confinée.....	40
3.23	Rupture d'une colonne fortement confinée (échantillon 3E).....	40
3.24	Zone de rupture de la colonne 2F.....	41
3.25	Rupture typique de colonnes confinées avec des fibres d'aramide.....	41
3.26	Paramètres définissant la ductilité.....	42
4.1	Courbe contrainte-déformation uniaxiale typique du béton.....	58
4.2	Courbe élastique-parfaitement plastique idéalisée du béton en compression triaxiale.....	58
4.3	Critère de rupture de Drucker-Prager	59
4.4	Critère de rupture de Mohr-Coulomb	59

4.5	Approximation de la surface de rupture de Mohr-Coulomb par le critère de Drucker-Prager	59
4.6	Transition d'un état élastique à un état plastique de contrainte.....	60
5.1	Élément tridimensionnel à huit noeuds: (a) hexaèdre régulier; (b) hexaèdre irrégulier vu dans l'espace des coordonnées réduites	69
5.2	Modélisation de la section transversale d'une colonne	69
5.3	Maillage typique permettant de discrétiser la section d'une colonne carrée.....	70
5.4	Variation du nombre de couches (cylindre de 150 mm de diamètre).....	71
5.5	Variation du nombre de couches (colonne carrée, R=38 mm)	71
5.6	Variation du nombre de couches (colonne carrée, R=25 mm)	72
5.7	Variation du nombre de couches (colonne carrée, R=5 mm)	72
5.8	Variation du rayon des coins de la colonne (3 couches).....	73
5.9	Variation du rayon des coins de la colonne (4 couches).....	73
5.10	Variation du rayon des coins de la colonne (5 couches).....	74
5.11	Comparaison des courbes théoriques et expérimentales, colonne 3B	75
5.12	Comparaison des courbes théoriques et expérimentales, colonne 3C	75
5.13	Comparaison des courbes théoriques et expérimentales, colonne 3D	76
5.14	Comparaison des courbes théoriques et expérimentales, colonne 3E.....	76

LISTE DES TABLEAUX

2.1	PROPRIÉTÉS COMPARÉES DE L'ACIER ET DES MATÉRIAUX COMPOSITES D'AVANT-GARDE.....	10
3.1	PROPRIÉTÉS DES MATÉRIAUX COMPOSITES	25
3.2	LISTE DES COLONNES	25
3.3	RÉSULTATS, FIBRES DE CARBONE	26
3.4	RÉSULTATS, FIBRES D'ARAMIDE	26
3.5	INFLUENCE DE LA SECTION ET DU RATIO DE CONFINEMENT SUR LE COMPORTEMENT DES COLONNES.....	27
3.6	ÉVALUATION DE LA DUCTILITÉ DES COLONNES.....	28

1. INTRODUCTION

Depuis quelques années, le Canada, comme plusieurs autres pays industrialisés, fait face à un problème dont l'ampleur est sans cesse croissante: ses infrastructures de transport se détériorent rapidement. Une grande partie des ces structures ont été construites durant la période de croissance économique rapide qui a suivi la seconde guerre mondiale. Plusieurs d'entre elles ont, maintenant, atteint la fin de leur durée de vie utile ou s'en approchent rapidement. L'utilisation de sels de déglaceage ainsi que l'augmentation des charges de transport ont également contribué au vieillissement de ces constructions. Suite à ces observations, qui laissent présager de sérieux problèmes dans un avenir rapproché, il est primordial de développer des techniques de réhabilitation qui permettront de rendre les ponts actuels plus résistants et de construire de nouveaux ponts plus efficaces et plus durables. Certaines des techniques envisagées, qui sont parmi les plus prometteuses, utilisent des matériaux composites d'avant-garde (MCA).

Les MCA sont des plastiques renforcés de fibres de verre, de carbone ou d'aramide. Ces fibres sont intégrées à une matrice plastique, généralement de l'époxyde. La combinaison de ces éléments donne des matériaux très performants qui allient légèreté, grande résistance mécanique, module de rigidité élevé et bonne résistance aux milieux agressifs. Ces matériaux, largement utilisés depuis plusieurs années dans les domaines de l'aéronautique et de l'aérospatiale, se taillent lentement une place en génie civil. Des études de marché récentes ont reconnu leur haut potentiel pour la construction et la réhabilitation des structures, tout en soulignant que l'adoption à grande échelle de cette technologie ne pourra se réaliser tant que des études exhaustives n'auront pas permis de les inclure dans les codes et normes de pratique. Ce projet de maîtrise ne porte que sur une des techniques de réhabilitation des structures envisagées, soit la restauration de la capacité portante de colonnes en béton armé par l'application d'un confinement, réalisé par l'enroulement et le collage de lamelles composites autour de celles-ci. Des travaux de recherche réalisés récemment à l'Université de Sherbrooke ont démontré l'efficacité de cette technique. Plusieurs essais menés sur des colonnes de sections et dimensions diverses, confinées par différentes configurations d'enveloppes composites renforcées de fibres de verre et de carbone, ont montré la nécessité d'étudier davantage le comportement des colonnes de section prismatique.

Le projet de recherche présenté dans ce mémoire porte sur l'étude du comportement de colonnes courtes en béton, de sections carrée ou rectangulaire, confinées par une enveloppe mince de matériaux composites. Les effets produits par la variation de la rigidité du confinement sur des colonnes de sections diverses sont étudiés, pour deux types de matériaux composites, soit des fibres de carbone et des fibres d'aramide. Le projet comprend deux volets. Le premier volet est expérimental et porte sur une nouvelle série d'essais de colonnes confinées; le second volet, numérique, propose une modélisation mathématique du comportement du béton dans le domaine plastique, par la méthode des éléments finis. Le mémoire est divisé comme suit.

Le chapitre 2 donne un aperçu des applications récentes des matériaux composites dans les structures du génie civil et permet de situer, parmi les nombreuses possibilités d'utilisation des ces nouveaux matériaux, la technique de réhabilitation des colonnes en béton étudiée dans ce projet de recherche. Le chapitre 3 présente le volet expérimental de l'étude. La première partie du chapitre décrit les caractéristiques des échantillons testés et les procédures d'essais suivies alors que la seconde partie détaille les résultats obtenus. Le chapitre 4 propose un modèle numérique permettant de décrire le comportement des colonnes en béton confinées par des matériaux composites, soumises à un chargement axial monotonique jusqu'à la rupture. Une comparaison des résultats théoriques obtenus par la méthode des éléments finis avec les résultats expérimentaux est présentée au chapitre 5. Enfin, le mémoire est complété par une révision des principales conclusions tirées de l'étude.

2. LES MATÉRIAUX COMPOSITES DANS LES STRUCTURES

2.1 Potentiel des matériaux composites d'avant-garde en génie civil

Une grande partie des infrastructures de transport qui ont plus de 30 ans, telles que ponts et viaducs, nécessiteront bientôt des réparations majeures ou, ultimement, devront être remplacées. Plusieurs facteurs ont contribué à accélérer leur vieillissement. Parmi ceux-ci, il faut mentionner l'augmentation des charges de transport, qui sont aujourd'hui jusqu'à 40 % plus élevées que les charges de design [BICKLEY *et al.*, 1993], ainsi que l'utilisation des sels de déglacage, indispensables dans les régions soumises à de sévères conditions hivernales. Le sel attaque les barres d'armature en s'infiltrant à travers les fissures ou les porosités du béton. La corrosion de l'acier qui en découle provoque l'éclatement du recouvrement en béton, effet qui s'additionne à celui des cycles répétés de gel-dégel.

De plus, les derniers tremblements de terre en Californie ont démontré la vulnérabilité des ponts en béton armé construits avant 1971 [CHAI *et al.*, 1991; PRIESTLEY *et al.*, 1992]. Les colonnes de ces ponts ont, en général, une résistance à la flexion et au cisaillement inadéquate, la quantité d'armature étant insuffisante. Les vieux ponts du Québec, construits selon des normes similaires, ne sont donc pas à l'abri des dommages causés par des séismes potentiels [DEMERS, 1994].

Ainsi, le nouveau défi des concepteurs consiste à prolonger la vie des structures, tout en respectant des normes de sécurité et de performance de plus en plus sévères. Traditionnellement, l'approche privilégiée était celle de la démolition-reconstruction. Cependant, pour des raisons principalement économiques, une attention de plus en plus grande est portée à l'option de renforcement-réparation [NANNI *et al.*, 1993]. Cette seconde approche permet également de réduire les coûts indirects puisque les services à la population peuvent généralement être assurés durant les travaux [DEMERS, 1994].

Dans cette optique, des techniques utilisant des matériaux composites d'avant-garde ont été proposées, et plusieurs d'entre elles font l'objet de travaux de recherche. Suite aux développements rapides dans ce domaine, la Société canadienne de génie civil (SCGC) a formé un Comité technique en 1989, dont l'objectif est d'évaluer les applications potentielles des MCA en génie des structures. Ainsi, trois types d'applications ont été identifiés, dans lesquelles les MCA sont utilisés sous forme de tendons, de barres, de grilles d'armature et de microfibres, ou encore sous forme de produits pultrudés ou de laminés.

De nombreuses structures incorporant des MCA ont été construites un peu partout dans le monde. Certaines sont très représentatives des efforts déployés dans ce domaine. Par exemple,

deux ponts piétonniers typiques: le Aberfeldy Golf Course Pedestrian Bridge, en Angleterre, dont le rapport des charges vives aux charges permanentes sont de l'ordre de dix; et le pont Birdie, au Japon, qui est composé de différents types de MCA. Notons aussi plusieurs ponts en béton précontraint par des tendons à base de fibres de verre, construits en Allemagne, dont le pont piétonnier de Lünen'sche Gasse et les ponts routiers de la Ulenbergstrasse, de Marienfelde et de la Schiessbergstrasse. Mentionnons enfin le Calgary Beddington Trail Bridge, premier viaduc autoroutier précontraint par des tendons en fibres de carbone au Canada, ouvert à la circulation en 1993 [LABOSSIERE, 1993].

Ces exemples démontrent l'intérêt que manifestent nombre d'intervenants de l'industrie de la construction pour l'implantation des MCA en génie civil. Cependant, cette nouvelle technologie ne pourra être adoptée à grande échelle tant que des études exhaustives n'auront pas permis de la maîtriser parfaitement. Certaines interrogations subsistent toujours chez les concepteurs, la plupart étant dues à l'absence de codes spécifiques aux plastiques renforcés de fibres. Leurs principales réticences face à l'utilisation des MCA sont: leur manque de formation et d'expérience de même que celui des entrepreneurs; la plus grande complexité du design; les incertitudes à propos du comportement à long terme des composites ainsi que les connaissances incomplètes des propriétés du matériau [BICKLEY *et al.*, 1993]. Des facteurs tels que le coût élevé des MCA et le manque d'uniformité des produits offerts par les différents fabricants ont également été identifiés. Il reste donc à démontrer que le coût initial plus élevé des MCA sera absorbé par la durée de service plus longue et les coûts d'entretien plus faibles.

2.2 Propriétés des matériaux composites d'avant-garde

Par définition, un matériau composite est formé d'éléments très différents. C'est le résultat du mélange d'au moins deux composantes, différentes par leur nature, leur forme et leur fonction, et dont les performances globales sont supérieures à celles des éléments le constituant. Les matériaux composites d'avant-garde sont des produits de synthèse constitués principalement de renforts fibreux, supportés par un liant appelé matrice. Leur comportement dépend principalement du pourcentage de fibres et des propriétés mécaniques des constituants. Ce sont les renforts fibreux qui donnent aux composites leurs propriétés hautement directionnelles, leur imposant un comportement anisotrope et essentiellement linéaire élastique jusqu'à la rupture. La figure 2.1 illustre le comportement typique d'un composite. Les renforts les plus utilisés sont les fibres de verre, d'aramide et de carbone. Les propriétés de composites fabriqués à partir de ces types de fibres sont présentées au tableau 2.1, et comparées à celles de l'acier. Les paragraphes qui suivent décrivent les principales caractéristiques de ces trois types de fibres.

Fibres de verre

Les fibres de verre sont les renforts les plus utilisés, surtout en Amérique du Nord, parce qu'elles offrent des performances mécaniques intéressantes et que leur coût est relativement bas. Elles présentent également une bonne résistance à l'humidité et à la corrosion. Il en existe cinq catégories (C, D, E, R et S), le verre E étant le plus répandu. Les composites à base de fibres de verre possèdent une résistance mécanique relativement élevée. Cependant, leurs applications structurales sont souvent limitées par leur faible module d'élasticité. De plus, certaines limites à l'utilisation de ces fibres sont imposées afin d'éviter les réactions alcali-granulats avec le béton.

Fibres d'aramide

Les fibres d'aramide, qui ont une masse volumique très faible, sont celles qui possèdent la plus grande résistance spécifique. Elles sont souvent mieux connues sous le nom commercial de « Kevlar », lequel est fabriqué en trois catégories (29, 49 et 149). Les composites à base de fibres d'aramide résistent bien aux chocs et à la fatigue. Ils ont par contre une faible résistance à la compression et leur coût est très élevé.

Fibres de carbone

Les fibres de carbone, grâce à leurs excellentes propriétés mécaniques, sont celles qui possèdent le plus grand potentiel d'applications en génie des structures. Ces fibres sont composées de plus de 90 % de carbone. Dans la fibre, les groupes d'atomes de carbone sont liés de façon continue dans la direction de la fibre. Elles peuvent être classées en plusieurs grades selon leurs propriétés mécaniques et en deux types selon la longueur des fibres (courtes et continues). Les fibres continues sont utilisées pour fabriquer, entre autres, des tendons de précontrainte et des câbles de suspension [KATSUMATA *et al.*, 1990].

Les composites à base de fibres de carbone ont tendance à être moins fiables sous des charges de compression. La résistance et le module en compression sont généralement plus faibles que les propriétés en tension. Les propriétés en compression sont également plus sensibles aux défauts de fabrication, donc nécessitent un contrôle de qualité plus strict. Par conséquent, ces composites seront le plus souvent utilisés de manière à ce qu'ils soient sollicités en tension.

Le coût des fibres de carbone est très élevé et il est peu probable qu'il connaisse une baisse radicale avec les techniques de fabrication actuelles. Cependant, ces dernières peuvent être utilisées avantageusement pour la réparation ou le renforcement d'ouvrages existants. En effet, dans les travaux de réhabilitation, étant donné la faible quantité de matériaux utilisés, le coût élevé du produit est souvent compensé par une réduction significative des coûts de main-d'oeuvre et des inconvénients liés aux travaux de construction [KATSUMATA *et al.*, 1990].

2.3 Renforcement de colonnes par confinement latéral

À cause de leurs propriétés hautement directionnelles, il ne faut pas s'attendre à ce que les MCA se comportent efficacement dans une configuration qui a été développée pour les matériaux isotropes. Les coûts spécifiques des MCA étant plus élevés que ceux des matériaux de construction traditionnels, des éléments structuraux hybrides, dans lesquels les composites sont utilisés pour renforcer des matériaux moins coûteux, et ainsi former une section « composite », pourraient résulter en une utilisation plus efficace de tous les matériaux impliqués [HARMON *et al.*, 1992]. L'objectif de base de l'approche présentée dans les paragraphes qui suivent est de produire un élément structural dans lequel le composite agit principalement en tension.

Le confinement latéral de colonnes en béton par l'enroulement d'une enveloppe en matériau composite sur la surface de béton permet d'augmenter la résistance à la compression et la déformation ultime, parce qu'il restreint la formation et l'ouverture des fissures dans le béton et limite les déformations transverses dues à la fissuration interne. Il présente également l'avantage d'augmenter la résistance au cisaillement et d'empêcher les barres d'armature longitudinale de flamber [NANNI *et al.*, 1993]. Dans ce type d'élément, le béton résiste à la compression alors que le composite est sollicité par des efforts de tension et de cisaillement.

Cette technique semble être une alternative intéressante aux approches traditionnelles qui consistent à confiner les colonnes avec une enveloppe en béton armé ou en acier. Selon KATSUMATA *et al.* [1990], la mise en place d'une enveloppe en béton armé est problématique. De plus, son épaisseur doit être limitée à environ 100 ou 150 mm, pour éviter d'augmenter trop fortement le poids de la structure. La mise en place d'un tube d'acier, formé de plaques soudées, laisse un vide d'environ 3 mm entre l'acier et le béton, qui doit être rempli d'une résine époxyde ou d'un coulis de ciment. Le pompage de la résine est l'étape la plus difficile. Après l'installation, des mesures de protection contre la corrosion de l'acier doivent être prises régulièrement.

Le confinement avec une enveloppe composite présente les avantages suivants: il est immédiat; il est peu sensible aux déformations axiales; l'enveloppe ne décolle pas; sa mise en place est simple [DEMERS, 1994]. De plus, les MCA ont d'excellentes résistances à la fatigue et à la corrosion, ainsi qu'un faible poids spécifique, ce qui évite de surcharger la structure. Les composites les plus appropriés sont ceux à base de fibres de carbone, grâce à leurs propriétés mécaniques élevées.

2.4 Études antérieures portant sur les colonnes confinées

Des travaux de recherche sur des éléments confinés avec une enveloppe composite [DEMERS, 1994; NANNI *et al.*, 1993; HARMON *et al.*, 1992; KATSUMATA *et al.*, 1990], ont

permis de connaître leur comportement général et de déterminer les paramètres qui ont une influence significative.

Selon NANNI *et al.* [1993], dans le cas de béton non fissuré (ou de béton avec microfissures) en compression, la déformation transversale peut être déterminée à partir de la déformation axiale due à la charge en utilisant le coefficient de Poisson. L'effet qu'a le confinement sur le béton est directement relié à sa capacité de restreindre cette déformation transversale. À mesure que la déformation transversale augmente, la pression exercée par le confinement augmente. L'état de contrainte biaxiale résultant augmente la résistance à la fissuration ainsi que la résistance mécanique du béton.

Ces chercheurs ont constaté que peu importe le niveau de confinement, tous les échantillons testés montrent un point d'inflexion à peu près au niveau correspondant à la capacité maximale du béton non confiné. Après ce point, la fissuration se propage et la relation entre les déformations axiale et transversale ne peut plus être déterminée avec précision en utilisant le coefficient de Poisson. Le confinement supporte alors une partie de plus en plus grande de la charge. Durant cette phase, la courbe contrainte-déformation demeure plane ou a une pente positive, selon le niveau de confinement. La pente de la courbe dépend également de la relation contrainte-déformation du matériau de confinement. Si le confinement est suffisant, la capacité de l'échantillon correspond à la résistance ultime de l'enveloppe composite.

Selon HARMON *et al.* [1992], qui ont testé des cylindres confinés par des fibres de carbone, l'augmentation du rapport de renforcement a peu d'effet sur la pente de la portion initiale de la relation contrainte-déformation, mais a un effet significatif sur la pente de la seconde portion. Elle augmente de façon significative la contrainte de rupture, mais a peu d'effet sur la limite élastique. Des essais réalisés avec deux types de béton (41 MPa et 103 MPa) ont montré que la limite élastique et la contrainte de rupture varient d'un facteur à peu près égal à la différence de résistance du béton. Les courbes contrainte-déformation de cylindres en béton à haute résistance confinés selon différents rapports de renforcement par une enveloppe de fibres d'aramide, chargés en compression axiale, sont présentées à la figure 2.2. Sur cette figure, le rapport de renforcement, ρ , est défini comme le rapport de la surface des fibres sur la surface du béton. La résistance du béton est de 103 MPa.

Les travaux de DEMERS [1994] ont permis de déterminer les paramètres ayant un effet significatif sur la résistance de colonnes en béton armé conventionnelles de section circulaire confinées par des composites à base de fibres de carbone. Ces paramètres sont la résistance à la compression du béton et les caractéristiques de l'enveloppe composite. L'effet du diamètre des barres longitudinales n'est significatif que sur la charge axiale maximale, et la contribution des étriers en acier au confinement du béton est négligeable, dans le cas des colonnes faiblement armées. Les prochaines études pourront donc être réalisées sur des cylindres sans armature. De

plus, des essais réalisés sur des colonnes de section circulaire préalablement fissurées ont démontré que l'endommagement du béton n'affecte ni la capacité ultime, ni la ductilité.

Les fibres de carbone étant peu résistantes sous l'action d'un bord coupant, il peut être nécessaire de procéder à certains travaux de préparation des surfaces à être réparées, notamment les coins des colonnes de section carrée. Des essais menés par KATSUMATA *et al.* [1990] ont démontré que la diminution de la résistance en tension des fibres de carbone sur un coin peut être ignorée si le rayon du coin est de 30 mm ou plus.

2.5 Modèles de béton confiné

L'utilisation des composites dans les structures étant une pratique relativement nouvelle, il existe peu de modèles mathématiques simples capables de décrire adéquatement le comportement des colonnes en béton confinées avec ce type de matériau. La plupart des modèles empiriques disponibles ont été développés pour les colonnes confinées par des tubes d'acier. Ces modèles, qui supposent un comportement élastique-parfaitement plastique de l'acier, considèrent la pression de confinement constante dès que la résistance axiale du béton est atteinte. Pour un matériau de confinement qui présente un comportement linéaire élastique jusqu'à la rupture, comme dans le cas des composites à base de fibres, cette hypothèse n'est plus valable car la pression de confinement augmente jusqu'à la fin du chargement. Pour cette raison, il est difficile d'adapter les modèles empiriques existants et les résultats qu'ils donnent sont peu fiables [DENIAUD, 1994]. Cette situation rend nécessaire l'utilisation de modèles plus complexes, tels que ceux décrits à la sous-section suivante.

2.5.1 Travaux portant sur le béton confiné

Plusieurs ouvrages rapportent les résultats d'expérimentations sur le béton confiné. La plupart de ces essais ont été réalisés sur des cylindres [RICHART *et al.*, 1928; BALMER, 1952; GARDNER, 1969; PALANISWAMY *et al.*, 1974] et sur des cubes de béton [MILLS *et al.*, 1970; LAUNAY *et al.*, 1971]. Plus récemment, des travaux ont porté sur le confinement des colonnes avec des armatures transversales [MANDER *et al.*, 1988, CUSSON *et al.*, 1994]. Un grand nombre de modèles mathématiques ont été élaborés à partir des résultats de ces recherches. Ces modèles peuvent être regroupés en six grandes catégories [PICHER, 1995]: (1) modèles empiriques; (2) modèles linéaires élastiques; (3) modèles non linéaires élastiques; (4) modèles parfaitement plastiques; (5) modèles pour matériaux écrouissables; (6) modèles endochroniques.

Selon DENIAUD [1994], qui a étudié plusieurs de ces approches, les modèles faisant partie des trois premières catégories ne décrivent pas convenablement le comportement des colonnes

confinées avec des matériaux composites, parce qu'ils ne peuvent tenir compte de l'augmentation de la pression de confinement. Toujours selon cette référence, la modélisation élasto-plastique est l'approche la plus simple permettant d'obtenir des résultats fiables et rigoureux. Cette dernière formulation nécessite le choix d'un critère de rupture du béton, dont la complexité dépend du nombre de paramètres servant à le décrire. Les critères de rupture à deux paramètres, utilisés dans les modèles élastiques-parfaitement plastiques, suffisent généralement à décrire adéquatement le comportement du béton confiné, le critère de Mohr-Coulomb étant probablement le plus souvent rencontré. Toutefois, à cause des singularités que ce dernier présente en raison de sa forme hexagonale, il est souvent remplacé, dans les applications numériques, par une surface continue calculée avec le critère de Drucker-Prager [CHEN, 1982]. Quant aux modèles pour matériaux écrouissables, ils requièrent le choix de critères définis par un plus grand nombre de paramètres. Ces approches représentent encore mieux le comportement du béton car la perte de rigidité précédant l'écoulement plastique est graduelle [PICHER, 1995]. Cependant, leur formulation est imposante et d'une grande complexité.

TABLEAU 2.1 PROPRIÉTÉS COMPARÉES DE L'ACIER ET DES MATÉRIAUX COMPOSITES D'AVANT-GARDE

Matériau	Module élastique E (GPa)	Résistance en tension X (MPa)	Masse volumique ρ (g/cm ³)	Module spécifique E/ρ	Résistance spécifique X/ρ
Acier	210	450 - 830	7.8	26.9	57.7 - 106
Verre E - Époxyde	21.5	570	1.97	10.9	289
Kevlar 49 - Époxyde	40	650	1.40	29.0	464
Carbone - Époxyde	83	1 250	1.54	53.5	247

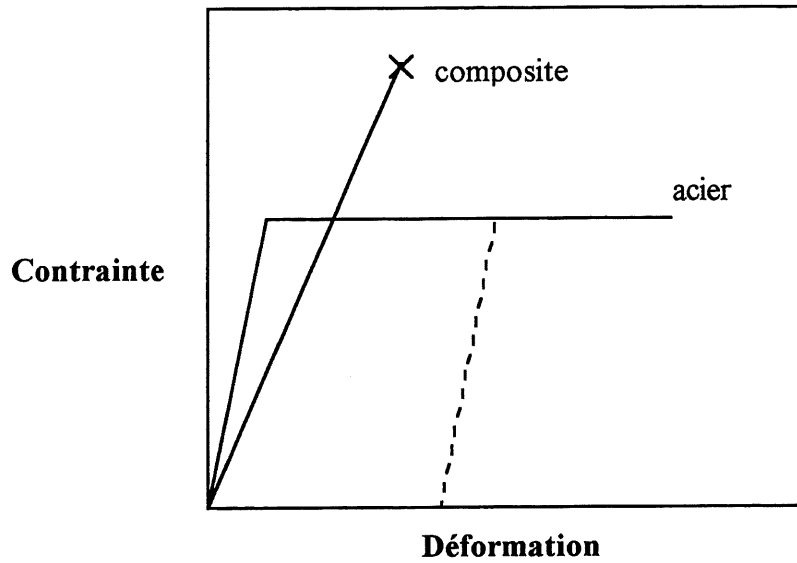


Figure 2.1 Courbe contrainte-déformation idéalisée d'un composite et de l'acier

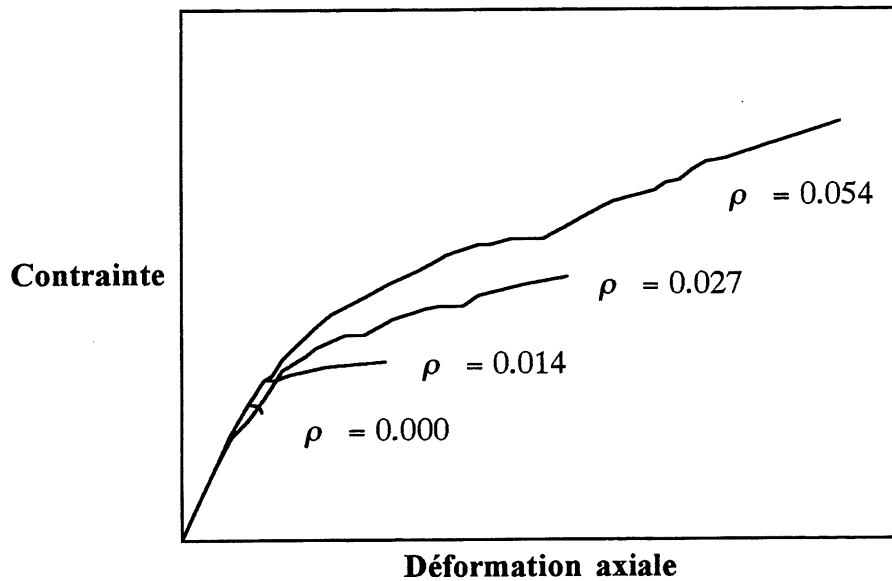


Figure 2.2 Courbes contrainte-déformation de cylindres confinés par une enveloppe de fibres de carbone [HARMON *et al.*, 1992]

3. PROGRAMME EXPÉRIMENTAL

Ce projet de recherche fait suite aux travaux réalisés à l'Université de Sherbrooke visant à développer une technique de renforcement de colonnes par confinement latéral avec des matériaux composites. Les travaux de DEMERS [1994] ont permis de déterminer les paramètres ayant une influence sur le comportement de ces structures. Ceux de PICHER [1995] avaient pour but de mesurer l'effet de la variation de la rigidité relative de l'enveloppe de confinement. Enfin, une série d'essais préliminaires sur des colonnes courtes de section carrée [DEMERS *et al.*, 1994] semble indiquer que cette technique de réhabilitation peut être adaptée aux colonnes de section non circulaire, l'efficacité du confinement étant par contre passablement réduite.

Le programme expérimental de la présente étude comprend une nouvelle série d'essais sur des colonnes de sections carrée et rectangulaire, confinées par une enveloppe mince de matériaux composites et chargées en compression uniaxiale. Ces essais ont pour but: (a) d'étudier le comportement de colonnes de section non circulaire; (b) d'identifier la rigidité de l'enveloppe nécessaire pour assurer un comportement adéquat et (c) de comparer deux types de matériaux composites, soit les fibres de carbone et les fibres d'aramide. Les sections qui suivent donnent une description des essais ainsi que les résultats qui ont été obtenus. Dans la première partie du chapitre, on présente les caractéristiques des colonnes testées, les principales étapes de leur fabrication ainsi que les montages développés pour le chargement et l'acquisition des données. Dans la seconde partie, on détaille les données recueillies et on présente une analyse permettant de déterminer l'effet des différents paramètres étudiés.

3.1 Description des essais

3.1.1 Essais sur les matériaux composites

Deux matériaux composites différents sont utilisés pour confiner les colonnes: des fibres de carbone unidirectionnelles et des fibres d'aramide bidirectionnelles tissées. Ces deux types de fibres, préimprégnées, sont fournies sous forme de longues bandes minces. Les mono-couches sont assemblées par collage avec une résine époxyde qui durcit à la température ambiante. Cette résine, développée par le fabricant de fibres de carbone pour utilisation avec ce type de fibres particulier, s'est malgré tout avérée très efficace pour imprégner les fibres d'aramide. Les propriétés mécaniques des deux matériaux sont déterminées par des essais de traction uniaxiale sur des coupons fabriqués selon la norme ASTM-D3039-M89. La rigidité, la résistance et la déformation ultime des fibres de carbone sont obtenues de tests sur des coupons de 12.5 mm de largeur par 305 mm de longueur formés de six couches unidirectionnelles. Les propriétés des

fibres d'aramide sont mesurées sur des échantillons de 19.5 x 305 mm, formés de six couches orientées dans le sens de la chaîne du tissé.

Les courbes contrainte-déformation de ces matériaux, chargés uniaxialement en tension, sont tracées à la figure 3.1. Le graphique de gauche fait ressortir le comportement non linéaire des fibres d'aramide. Les fibres du tissé se resserrent lorsqu'elles sont tendues et la rigidité du matériau augmente progressivement au cours du chargement. Ainsi, le module élastique initial, E_0 (pente de la tangente à la courbe au point de déformation nulle), est près de 50 % inférieur au module sécant, E , mesuré sur la courbe entière (contrainte à la rupture / déformation totale). Le graphique de droite montre que le comportement des fibres de carbone est pratiquement linéaire jusqu'à la rupture.

Les propriétés spécifiées par le manufacturier et celles mesurées sur ces échantillons sont données au tableau 3.1. On note que la résistance en traction et la déformation axiale ultime mesurées sur les coupons de fibres de carbone sont inférieures aux propriétés spécifiées par le fabricant. Ceci est dû au fait que les échantillons se sont brisés prématurément près des mâchoires de la presse. Un meilleur support des échantillons aurait probablement permis d'atteindre une résistance plus près de la valeur spécifiée.

3.1.2 Rigidité de l'enveloppe de confinement

Les essais antérieurs avec variation de la rigidité relative de l'enveloppe de confinement [PICHER, 1995] ont permis d'identifier une configuration optimale du confinement, pour des cylindres de 150 mm de diamètre par 300 mm de longueur, enveloppés de trois couches de fibres de carbone unidirectionnelles. Les lamelles de ces échantillons étaient orientées à différents angles par rapport à la direction circonférentielle. Les deux couches intérieures étaient placées à des angles opposés de $+\theta$ et $-\theta$, et la couche extérieure demeurait perpendiculaire à l'axe du cylindre (configuration $[\pm\theta/0]$). L'effet de la rigidité relative du confinement a été mesuré en faisant varier l'angle θ de 0° à 24° . La résistance et la ductilité les plus élevées ont été atteintes avec la configuration $[\pm 9/0]$. Cependant, les gains réalisés par rapport aux cylindres confinés par trois couches orientées à 0° sont assez faibles. En raison de sa plus grande facilité de fabrication, seule cette dernière configuration est retenue dans la présente étude. L'effet de la rigidité du confinement sera mesuré ici en faisant varier le nombre de couches plutôt que leur orientation. Le confinement avec des fibres de carbone est obtenu en enveloppant les colonnes de deux à cinq couches de composites, alors que celui avec des fibres d'aramide est assuré par des enveloppes composées de trois, six, neuf ou 12 couches. Un cas fait exception à cette règle. Puisque l'effet de l'orientation des lamelles a jusqu'à maintenant été mesuré uniquement sur des cylindres, un échantillon avec des couches orientées à certains angles est fabriqué dans le but de vérifier si, en empêchant la séparation du stratifié dans la direction parallèle aux fibres, le comportement

structural d'une section non circulaire peut être amélioré. Il s'agit d'une colonne de section carrée confinée par cinq couches de fibres de carbone, selon la configuration +15, -15, +15, -15, 0, laquelle peut être exprimée, dans une notation simplifiée, sous la forme $[\pm 15_2/0]$.

3.1.3 Type de section

Les dimensions des colonnes sont fixées selon des critères d'ordre pratique et économique. L'espace disponible sous la presse limite la hauteur de la colonne. Il faut également prévoir l'espace nécessaire pour installer les appareils de mesure autour de celle-ci. De plus, la quantité de matériaux composites nécessaires pour conserver la même rigidité de confinement augmente proportionnellement à la surface de la section. Ainsi, pour fin de comparaison avec les essais d'études antérieures sur des cylindres de 150 mm de diamètre, les dimensions des colonnes de section carrée sont fixées à 150 mm de côté et celles des colonnes de section rectangulaire à 150 x 200 mm. La hauteur des colonnes est choisie en tenant compte des recommandations suivantes: selon LAHLOU [1994], l'élancement d'éprouvettes cylindriques (rapport hauteur / diamètre) utilisées dans les essais avec confinement varie généralement entre 2 et 4; d'après le même auteur, un élancement de 2 est suffisant pour obtenir des champs de contrainte et de déformation uniformes dans le tiers central de l'éprouvette. En supposant que cette règle s'applique également aux sections non circulaires, il faut que la hauteur des colonnes soit au moins égale à deux fois la plus grande dimension horizontale, ce qui correspond à 500 mm pour la section rectangulaire. La hauteur de toutes les colonnes de section prismatique est donc fixée à 500 mm.

Quelques cylindres sont ajoutés pour compléter les données. Pour les fibres de carbone: trois cylindres identiques de 100 x 200 mm, confinés par deux couches de fibres. Leur rapport de confinement, défini par le rapport de la surface de fibres à la surface de béton d'une section transversale, est identique à celui de cylindres de 150 mm enveloppés de trois couches de composites. Pour les fibres d'aramide: quatre cylindres de 150 x 300 mm, confinés chacun par une enveloppe de rigidité différente.

Des essais préliminaires sur des colonnes de section carrée, confinées par différentes configurations d'enveloppe de fibres de carbone et de verre [DEMERS *et al.*, 1994], ont démontré que des concentrations de contraintes apparaissent près des coins. La rupture des fibres de ces colonnes est survenue dans un coin dans tous les cas. À la lumière de ces résultats, il a été décidé de vérifier l'effet du confinement de colonnes de sections carrée et rectangulaire avec des coins arrondis. Cette modification de la section devrait permettre d'améliorer leur comportement parce qu'elle les rapproche d'avantage de la section d'un cylindre. De plus, les coins arrondis devraient empêcher, ou à tout le moins réduire le poinçonnement des fibres qui se produit lorsque les coins sont trop pointus. Selon les recommandations du manufacturier, un rayon minimal de 50 mm est nécessaire pour mobiliser la pleine résistance des fibres. Par ailleurs, des essais réalisés sur ce type

de matériau [KATSUMATA *et al.*, 1990] ont démontré que, pour des rayons de 25 et 38 mm, la résistance des fibres est réduite de 7 % et 3 %, respectivement. Le rayon de 38 mm, qui correspond au quart du côté de 152 mm, est pratiquement le maximum possible pour que la section puisse être considérée comme carrée. D'autre part, si le rayon est inférieur à 25 mm, la résistance des fibres diminue rapidement à cause du poinçonnement. Des rayons de 25 et 38 mm sont donc choisis pour mesurer l'effet de la variation du rayon des coins. Les coins des colonnes de référence considérées comme non arrondies ont tout de même un faible rayon de 5 mm pour faciliter la mise en place des bandes de matériaux composites.

3.1.4 Fabrication des colonnes

Trois mélanges de béton sont utilisés pour la fabrication des colonnes. Deux de ceux-ci sont préparés au laboratoire de matériaux de l'Université de Sherbrooke. L'autre est un béton commercial. Les échantillons, qui sont décoffrés, selon le cas, deux ou trois jours après la coulée, sont placés dans l'eau pour poursuivre le mûrissement humide jusqu'à 14 jours. La surface de béton est par la suite séchée et brossée, avant l'application d'un apprêt à base d'époxyde qui adhère au béton et qui rend la surface plus dure. Les défauts et imperfections sont réparés en bouchant les trous avec la résine époxyde utilisée pour le collage des fibres de carbone. Les bandes de fibres sont par la suite collées selon les directives du manufacturier. Les feuilles unidirectionnelles de fibres de carbone sont appliquées en continu jusqu'à un maximum de trois couches. La couche extérieure est prolongée pour assurer un chevauchement de 100 mm qui permet de développer la pleine résistance des fibres, sans glissement. Dans le cas de la colonne avec configuration $[\pm 15_2/0]$, les couches orientées à des angles de 15° et -15° sont placées une à la fois, des bandes étroites étant appliquées sous forme hélicoïdale d'une extrémité à l'autre. Des bandes de 25 mm de largeur sont ajoutées autour des extrémités de toutes les colonnes pour augmenter localement le confinement et éviter que la rupture ne survienne à cet endroit. La cure de la résine est prolongée durant au moins quatre semaines pour tous les échantillons, ce qui dépasse les recommandations du manufacturier, lesquelles sont de sept jours à une température de 21°C .

Le tableau 3.2 donne les principales caractéristiques des colonnes testées. Les essais sont divisés en six séries. Les colonnes des séries 1 à 4, fabriquées avec un béton préparé au laboratoire de l'Université de Sherbrooke, sont confinées avec des fibres de carbone. Celles des séries 5 et 6, fabriquées avec un béton commercial, sont enveloppées de fibres d'aramide. Les dimensions des cylindres sont de 100 x 200 mm pour la série 1 et de 150 x 300 mm pour la série 5. Les dimensions des colonnes de sections carrée et rectangulaire sont de 152 mm de côté et 152 x 203 mm, respectivement; la longueur est de 500 mm pour les deux types de section. Les coins de certaines de ces colonnes sont arrondis, avec des rayons de 25 et 38 mm.

La résistance à la compression du béton non confiné, f'_c , est mesurée sur des cylindres de 152 x 300 mm au moment des tests sur les colonnes confinées, et ce, pour chaque série d'essais. Sa valeur est indiquée dans la troisième colonne du tableau 3.2. La différence de résistance à la compression de 1.9 MPa de certains essais d'une même série (séries 2 et 4) s'explique par le fait que les tests sont réalisés à huit semaines d'intervalle. Les résistances de 42.0 et 43.9 MPa sont obtenues après 19 et 27 semaines de mûrissement, respectivement. Les quatrième et cinquième colonnes du tableau donnent les caractéristiques de l'enveloppe de confinement: le matériau utilisé et le nombre de couches appliquées. Certains essais sont répétés pour avoir une indication de la fiabilité des résultats: le nombre d'essais identiques est indiqué dans la dernière colonne.

3.1.5 Chargement et acquisition

Toutes les colonnes sont soumises à un chargement uniaxial en compression jusqu'à la rupture, sous une presse hydraulique avec contrôle de déplacement, dont le plateau inférieur est mobile et l'appui supérieur fixe est rotulé. Pour assurer le parallélisme et la planéité des surfaces d'appui, une couche mince de sulfure est préalablement appliquée aux deux extrémités de la colonne. Le taux de chargement, quasi-statique, est de 10 $\mu\epsilon/s$. La force et les déformations sont mesurées à intervalles rapprochés et les lectures transmises au système d'acquisition. La figure 3.2 montre un échantillon en place, juste avant le début du chargement. Le raccourcissement de la colonne est mesuré sur toute sa longueur avec deux LVDT (Linear Variable Differential Transducer) dont les extrémités sont fixées aux plateaux de la presse. L'expansion latérale est mesurée avec des LVDT installés sur des cadres en aluminium. La figure 3.3 illustre ce système de mesure. Les déformations transversales sont mesurées au milieu de deux faces opposées et sur deux coins opposés, environ à mi-hauteur de la colonne.

3.2 Résultats et analyse

Les résultats des essais de laboratoire sont présentés graphiquement à l'annexe A, sous forme de courbes contrainte-déformation. Pour chacune des 33 colonnes confinées qui ont été testées, trois graphiques (deux dans certains cas) montrent les déformations calculées à partir des mesures relevées durant les essais. Sur ces courbes, les déformations sont tracées en fonction de la contrainte axiale appliquée. La figure du haut présente la déformation axiale; la figure en bas à gauche, les déformations transversales; et la figure en bas à droite (omise pour certains essais), les déformations du composite. De ces courbes, il est possible de faire les observations suivantes:

Déformation axiale en fonction de la contrainte axiale

Typiquement, les courbes présentent une pente initiale qui suit celle du béton non confiné jusqu'à un point d'inflexion, suivie d'une zone de grande déformation plastique. Selon l'efficacité du confinement, le niveau de contrainte de la zone plastique varie considérablement d'un essai à l'autre.

Déformation transversale en fonction de la contrainte axiale

Les déformations transversales, calculées à partir de mesures ponctuelles à certains endroits typiques, sont une indication de l'expansion latérale de la colonne due à la charge de compression axiale (effet de Poisson). Des lectures des déplacements ont été prises perpendiculairement aux faces des échantillons de section carrée ou rectangulaire, soit au milieu de deux faces opposées, et selon la diagonale de la section (par rapport à deux coins opposés). Dans le cas des cylindres, les déformations transversales ont été mesurées radialement.

Pour tous les échantillons de section carrée ou rectangulaire, la déformation mesurée perpendiculairement aux faces augmente beaucoup plus rapidement que celle mesurée diagonalement, ce qui indique que la pression de confinement exercée par le composite est plus faible près du milieu des faces que près des coins. Ainsi, la déformation par rapport au milieu de deux faces opposées reflète davantage, comparativement à la déformation par rapport à deux coins opposés, la capacité du confinement de restreindre les déformations latérales.

Déformation du composite en fonction de la contrainte axiale

La déformation du composite, dans la direction des fibres, a été mesurée avec des jauges collées sur la couche externe du stratifié, le plus près possible des coins des colonnes. En général, deux jauges ont été placées sur chaque échantillon. Les courbes contrainte-déformation tracées à l'annexe A mettent en évidence la grande variabilité des lectures, et par conséquent, la difficulté de prédire la rupture de l'enveloppe de confinement en se basant sur l'évolution de la déformation du composite au cours du chargement.

Les principales valeurs des contraintes et des déformations de chacun des essais sont présentées aux tableaux 3.3 et 3.4. Dans la partie gauche de ces tableaux, sont données: la contrainte axiale maximale atteinte lors du chargement, $f_{z, max}$, et la contrainte à la rupture, $f_{z, ult}$. Les contraintes ont été calculées en divisant la force mesurée par la surface de béton, en supposant que la rigidité du confinement dans l'axe de la colonne est nulle. Le rapport de ces contraintes sur la résistance en compression du béton non confiné, f'_c , permet de comparer les essais des différentes séries. Le premier ratio, $f_{z, max} / f'_c$, lorsqu'il est inférieur à l'unité, permet d'identifier les colonnes d'une série dont le béton est moins résistant que la moyenne. Quant au

deuxième ratio, il est une bonne indication de l'efficacité du confinement. Un rapport $f_{z, ult} / f'_c$ inférieur à l'unité indique que la résistance a diminué après avoir atteint un certain pic, alors qu'un rapport supérieur à 1 montre que le confinement a permis un gain de résistance. Les déformations mesurées à la fin du chargement sont données dans la partie droite des tableaux 3.3 et 3.4. Les quatre valeurs qui y sont indiquées, pour chaque essai, correspondent à des lectures prises à la rupture des échantillons, soient: la déformation axiale, $\epsilon_{z, ult}$; les déformations transversales, $\epsilon_{t, ult}$ et $\epsilon_{d, ult}$, mesurées par rapport au milieu de deux faces opposées et par rapport à deux coins opposés, respectivement; enfin, la déformation du composite dans la direction des fibres, $\epsilon_{f, ult}$, qui est la moyenne de deux jauges placées sur des coins opposés.

Dans tous les cas, le confinement permet une augmentation appréciable de la ductilité de la colonne, et pour plus de la moitié des essais, une augmentation de la résistance. Pour la configuration la plus efficace, la résistance est presque doublée. Il est à noter que, contrairement aux colonnes confinées avec des fibres de carbone, la résistance de toutes les colonnes confinées avec des fibres d'aramide est augmentée. Même pour les configurations d'enveloppe les moins rigides (colonnes 6A, 6B, 6E et 6F), le gain de résistance est de près de 20 %, tel que l'indique le rapport $f_{z, max} / f'_c$. Il faut cependant être prudent dans l'utilisation de ce rapport pour comparer les deux types de matériaux. Tel qu'il a déjà été mentionné, le calcul de la contrainte axiale moyenne ne tient pas compte de la portion de la charge reprise par l'enveloppe de confinement. Cette hypothèse est plus difficilement vérifiée dans le cas des colonnes confinées avec des fibres d'aramide, étant donnée la rigidité axiale (dans l'axe de la colonne) relativement importante de l'enveloppe due aux fibres de la trame qui sont orientées dans cette direction. Le gain de résistance de la colonne est donc attribuable en partie à l'augmentation de sa section, et il ne doit pas être considéré uniquement comme une augmentation de la résistance à la compression du béton due au confinement. Le rapport $f_{z, max} / f'_c$ doit être interprété comme la capacité supplémentaire de la colonne à supporter une charge axiale par rapport à une colonne de section identique sans confinement.

3.2.1 Fibres de carbone et fibres d'aramide

Le comportement général des colonnes confinées par des matériaux composites est illustré à la figure 3.4, où sont montrées les courbes contrainte-déformation de deux colonnes typiques ayant une section identique (section carrée avec des coins arrondis de 25 mm de rayon). L'échantillon 2D2 est enveloppé de trois couches de fibres de carbone et l'échantillon 6G de 12 couches de fibres d'aramide. La rigidité de l'enveloppe de confinement des deux colonnes est la même puisque le rapport des modules élastiques des matériaux (en kN/mm/couche), $E_{carbone} / E_{aramide}$, est de 4. Les configurations équivalentes de ces échantillons permettront de comparer les deux matériaux. Sur chaque graphique, sont tracées en fonction de la contrainte axiale: à droite, la déformation axiale; à gauche, la déformation transversale, mesurée au milieu de

deux faces opposées. À l'une de ces courbes est superposée celle d'une colonne non confinée de la série 2 (échantillon 2A1).

De l'observation des courbes de cette figure, il apparaît que les fibres de carbone réussissent à confiner plus efficacement les colonnes que les fibres d'aramide. La branche post-pic de la courbe des déformations axiales de la colonne 2D2 présente une courbure convexe. La rigidité axiale diminue au cours du chargement parce que la fissuration augmente. Quant à la pente de la courbe des déformations transversales, relativement constante, elle indique que la pression de confinement augmente proportionnellement à la charge appliquée. Dans le cas de la colonne 6G, la courbure concave dans la zone plastique des deux courbes montre que la rigidité du confinement augmente durant le chargement. Tel que mentionné à la sous-section 3.1.1, le comportement du tissu d'aramide est non linéaire et sa rigidité initiale est peu élevée. Ce comportement fait en sorte que la pression de confinement exercée sur la colonne est faible au début du chargement. Les déformations latérales étant peu restreintes, la fissuration peut se propager d'avantage. Il en résulte une baisse de résistance au début de la branche post-pic (comportement légèrement adoucissant).

3.2.2 Variation de la rigidité du confinement

Les figures 3.5 à 3.13 montrent l'effet de la variation de la rigidité du confinement sur le comportement de colonnes de différentes sections. Sur chaque figure, sont superposées les courbes contrainte-déformation de colonnes d'une même série et de section identique (mêmes dimensions et coins arrondis avec le même rayon). La rigidité de l'enveloppe de confinement est indiquée sur la figure par le type de matériau composite et le nombre de couches formant celle-ci.

Les colonnes des figures 3.5 à 3.9 sont confinées par des fibres de carbone. Le nombre de couches varie de trois à cinq. Sur les figures 3.5, 3.6 et 3.9, les courbes en trait plein sont celles de colonnes dont le béton a une résistance de 42.0 MPa; les courbes en trait discontinu sont celles de colonnes faites du même béton, mais dont la période de mûrissement supplémentaire de huit semaines lui a permis d'atteindre une résistance de 43.9 MPa.

Pour les colonnes avec des coins non arrondis, la résistance est peu affectée par l'augmentation du nombre de couches, contrairement à la déformation axiale ultime, qui est augmentée de façon importante. Les courbes des échantillons 2B et 2C, tracées à la figure 3.5, se superposent assez bien. La colonne confinée par cinq couches atteint cependant une déformation axiale à la rupture de 1.02 %, comparativement à 0.69 % pour la colonne avec trois couches. La différence de contrainte axiale entre les deux courbes est attribuable principalement à la différence de résistance à la compression du béton. Il est à noter que la contrainte axiale maximale de la

colonne 2B est inférieure à celle de l'échantillon non confiné, ce qui est probablement dû à un défaut de fabrication de la colonne.

Pour les colonnes avec des coins arrondis (figures 3.6 à 3.9), l'augmentation de la rigidité du confinement entraîne généralement une augmentation de la résistance et de la ductilité. Le point d'inflexion de la courbe contrainte-déformation axiale apparaît à peu près au même niveau, mais la pente de la zone plastique est plus forte. Une exception cependant: la colonne 2F, de configuration $[\pm 15_2/0]$, montrée à la figure 3.6. Le comportement de cet échantillon présente deux particularités. D'abord, le point d'inflexion apparaît à un niveau de contrainte plus élevé, ce qui est probablement dû à la composante verticale des fibres orientées à des angles de 15° et -15° qui augmente la rigidité axiale de la colonne. Puis, il y a une chute marquée de la résistance, depuis le milieu du chargement jusqu'à la rupture finale. Il est possible qu'une des couches intérieures se soit rompue prématurément, entraînant une baisse de la rigidité. Cela demeure toutefois une hypothèse, aucune observation en ce sens n'ayant pu le confirmer. Mis à part cet essai, le fait d'ajouter une couche de fibres de carbone supplémentaire a permis, selon le cas, d'augmenter davantage la résistance (figures 3.7 et 3.9) ou la ductilité (figure 3.8). Selon les courbes de la figure 3.7, la contrainte axiale ultime de la colonne 3C est de 10 % supérieure à celle de la colonne 3B, alors que l'augmentation de la déformation axiale ultime due à la couche de fibres supplémentaire n'est que de 2 %. L'augmentation de résistance (42 %) est également supérieure à l'augmentation de ductilité (18 %) dans le cas des colonnes 4D et 4C, montrées à la figure 3.9. L'inverse est observé pour les colonnes 3E et 3D de la figure 3.8, où l'augmentation de la déformation ultime (24 %) est plus élevée que l'augmentation de la contrainte ultime (15 %).

Les figures 3.10 à 3.13 présentent le même type de courbes, pour les cylindres et les colonnes de section carrée confinés par des fibres d'aramide. Le nombre de couches varie de trois à 12. La résistance du béton, f'_c , est la même dans tous les cas. Les observations suivantes sont tirées de ces graphiques.

Plus le nombre de couches (et par conséquent la rigidité du confinement) est élevé, plus grandes sont la résistance et la déformation axiale à la rupture. La relation contrainte-déformation présente les mêmes caractéristiques que celles des colonnes avec confinement par des fibres de carbone: une pente initiale élastique; un point d'inflexion et une zone plastique. Cependant, à cause de la rigidité plus faible des fibres d'aramide au début du chargement, le comportement est très souvent adoucissant. Dans presque tous les cas, la résistance diminue après avoir atteint le point d'inflexion et, lorsqu'elle augmente à nouveau, les déformations axiales sont importantes (environ 0.5 %). Il faut également noter que l'augmentation du nombre de couches fait monter le point d'inflexion à un niveau de contrainte plus haut. La contrainte au pic de résistance est, en moyenne, de 2 MPa plus élevée chaque fois que trois couches sont ajoutées.

3.2.3 Variation du rayon des coins

La figure 3.14 montre les courbes de trois colonnes confinées par trois couches de fibres de carbone, de section carrée, superposées à celle d'une colonne sans confinement. Le rayon des coins de chacune de ces trois colonnes est différent. On voit qu'en augmentant le rayon, l'efficacité du confinement est améliorée de façon significative. De plus, ces courbes illustrent les trois comportements possibles dans la zone post-pic: pour $R = 5$ mm, le comportement est adoucissant; pour $R = 25$ mm, il y a un écoulement plastique parfait; pour $R = 38$ mm, l'écoulement est raidissant. En général, plus la pente de la branche post-pic est élevée, plus la déformation axiale est grande et plus la déformation transversale est petite.

Le comportement de colonnes de section rectangulaire avec trois couches de fibres de carbone est illustré à la figure 3.15. Pour ces essais, la résistance est plus grande et la déformation transversale ultime légèrement inférieure pour la colonne dont le rayon est plus important, mais la déformation axiale à la rupture des deux essais est presque identique.

Il s'avère intéressant de comparer les essais 4E et 2D2, dont le comportement est très semblable. Il s'agit de colonnes fabriquées à partir de la même gâchée de béton (même f'_c). Dans le premier cas, la section est rectangulaire avec un rayon de 38 mm; dans le second cas, la section est carrée avec un rayon de 25 mm. Les rapports des rayons, R , aux longueurs des côtés longs, D , sont de 0.188 et 0.167, respectivement. Les ratios de confinement, A_f/A_c , où A_f est la surface de fibres et A_c est la surface de béton d'une section transversale, sont de 1.41 % et 1.66 %. Règle générale, plus R/D et A_f/A_c sont grands, plus le confinement est efficace. Ces ratios pourraient permettre de comparer les différents essais. Ainsi, le premier ratio favorise la colonne 4E et le second, la colonne 2D2. Le produit des deux ratios donne 0.272 dans le premier cas et 0.278 dans le second. Ce produit, quelque peu supérieur dans le cas de la colonne carrée, correspond assez bien aux résultats observés: le comportement post-pic de la colonne rectangulaire est légèrement adoucissant alors que celui de la colonne carrée est à écoulement parfait. Par contre, les échantillons 6G et 6I, qui présentent des produits $R/D * A_f/A_c$ quasi identiques (1.56 et 1.55, respectivement), se comportent différemment, la chute de résistance après le pic étant plus marquée dans le cas de l'échantillon 6I. De plus, la contrainte axiale à la rupture de la colonne 6G est près de 15 % supérieure à celle de la colonne 6I.

Les deux ratios, ainsi que leur produit, sont calculés pour toutes les colonnes confinées qui ont été testées. Ces valeurs sont données au tableau 3.5, auquel a été ajouté le rapport $f_{z, ult} / f'_c$ déjà présenté aux tableaux 3.3 et 3.4, lequel se veut une bonne indication de l'efficacité du confinement. La valeur donnée dans la dernière colonne du tableau 3.5, pour l'essai 1A, correspond à la moyenne des trois échantillons; les valeurs données pour les essais 2D et 2G correspondent, dans chacun des cas, à la moyenne des deux échantillons. Ces ratios et leur produit sont présentés plutôt à titre indicatif, pour montrer leur influence sur le comportement des

colonnes et pour permettre certains comparaisons entre les essais. Évidemment, les comparaisons ne sont possibles qu'entre des essais d'une même série puisque les ratios ne tiennent compte ni des propriétés mécaniques des matériaux composites, ni de la résistance du béton.

Les courbes de colonnes confinées par quatre et cinq couches de fibres de carbone sont tracées aux figures 3.16 et 3.17. Le rayon des coins est de 25 et 38 mm. Ces résultats montrent que, même pour des ratios de confinement élevés, la résistance et la ductilité sont augmentées quand le rayon est plus grand.

Des courbes semblables, pour les colonnes enveloppées de fibres d'aramide, sont présentées aux figures 3.18 à 3.21. Pour ces essais, le nombre de couches varie de trois à 12 selon le graphique. La figure 3.18 montre les colonnes confinées par trois couches. Avec un confinement aussi peu rigide, la résistance diminue rapidement après le pic. Même pour le cylindre ($R = 76$ mm), le comportement post-pic est adoucissant. C'est d'ailleurs le seul cylindre dont la déformation transversale (ou radiale) à la rupture est plus grande que la déformation axiale.

Les figures 3.19 à 3.21 montrent qu'en augmentant la rigidité du confinement par l'ajout de couches additionnelles, le comportement est de beaucoup amélioré. Il est à noter que dans le cas des colonnes dont les coins ne sont pas arrondis ($R = 5$ mm), peu importe le nombre de couches, la déformation plastique se produit à une contrainte plus faible que f'_c (environ 50 % à 60 % de f'_c).

3.2.4 Rupture des colonnes

La rupture des colonnes survient lorsque l'enveloppe de confinement cède. À cause du comportement fragile des matériaux composites (autant les fibres de carbone que les fibres d'aramide), cette rupture est soudaine, sans avertissement. Selon le type de matériau de confinement utilisé, différentes observations sont tirées de l'examen des échantillons testés.

En ce qui concerne les colonnes confinées avec des fibres de carbone, il faut souligner les caractéristiques suivantes. À la rupture, il y a peu de délaminage entre les couches adjacentes. En général, la rupture est nette, perpendiculaire aux fibres. En quelques occasions seulement, il y a un léger glissement de l'extrémité de la couche extérieure. Dans presque tous les cas, la rupture de l'enveloppe survient sur un coin, exactement à la fin de l'arrondi, et ce peu importe le rayon des coins. La déformation du composite à la rupture est généralement faible (moins de 1 %) à cause du poinçonnement des fibres; elle est évidemment plus importante quand le rayon des coins est plus grand. Dans le cas des colonnes faiblement confinées, soit celles avec des coins non arrondis ou confinées par seulement trois couches de fibres, l'enveloppe se rompt sur une longueur de 50 à 150 mm. Par contre, dans le cas des colonnes fortement confinées (rayon des coins de 25 ou 38

mm et enveloppe formée de quatre ou cinq couches) le confinement cède sur la presque totalité de la hauteur. À la rupture, ces colonnes ont atteint une grande déformation axiale et elles éclatent littéralement, libérant d'un coup une grande quantité d'énergie emmagasinée au cours du chargement.

Les figures 3.22 et 3.23 montrent la zone de rupture de deux colonnes typiques, l'une faiblement et l'autre fortement confinées. La colonne 2B de la figure 3.22 est peu endommagée. Des macro-fissures se sont développées dans le béton mais aucun bloc ne s'est détaché. La colonne 3E de la figure 3.23 est, quant à elle, très détériorée sinon complètement détruite. La grande rigidité de son confinement a permis d'augmenter considérablement sa résistance, qui est passée de 35.8 à 68.8 MPa, et d'atteindre une grande déformation axiale (2.39 %). La figure montre les deux cônes de rupture et la partie centrale de la colonne, qui a pu être détachée du noyau de béton, et qui est presque complètement pulvérisée. Le cas de la colonne 2F, de configuration $[\pm 15_2/0]$, est particulier. La rupture s'est amorcée dans un coin, puis s'est propagée au coin adjacent en traversant la face, en suivant l'orientation des fibres (15°). La figure 3.24 montre la zone de endommagée de cet échantillon.

La rupture des colonnes confinées avec des fibres d'aramide présente des caractéristiques différentes de celles confinées avec des fibres de carbone. Les fibres orientées dans l'axe vertical (trame) supportent les fibres de la chaîne et les rendent solidaires les unes des autres. La rupture est beaucoup moins localisée. Dans tous les cas, l'enveloppe est déchirée sur presque toute la hauteur, tel qu'illustré à la figure 3.25. De plus, la faible rigidité du confinement au début du chargement fait que l'expansion latérale de la colonne est plus grande. La section s'arrondit davantage et le poinçonnement des fibres par les coins est moins important. La figure 3.25 montre d'ailleurs que l'enveloppe de la colonne 6D (à droite sur la figure) s'est déchirée au milieu d'une face même si le rayon des coins est de seulement 5 mm. La déformation du composite à la rupture, mesurée près des coins, dépasse généralement 1 %.

3.2.5 Évaluation de la ductilité

Un matériau ou une structure sont dits ductiles lorsqu'ils peuvent être le siège de grandes déformations inélastiques sans perte substantielle de résistance. Plusieurs approches ont été proposées pour définir et caractériser la ductilité des colonnes sous compression centrée. L'une d'elle semble particulièrement adaptée au comportement observé avec le type de colonnes testées dans cette étude. Selon cette approche, la ductilité est caractérisée par l'aire sous la courbe $\sigma-\epsilon$ (contrainte axiale en fonction de la déformation axiale), laquelle est une indication de l'énergie de déformation accumulée par la structure au cours du chargement. Deux formulations, sous forme de ratios, sont retenues: la première compare l'aire sous la courbe après le pic à celle avant le pic; la

seconde mesure l'écart entre le comportement réel et celui d'un matériau élastique-parfaitement plastique. Ces deux rapports sont les suivants:

- (1) A_{post} / A_{pic} , qui renseigne sur la réserve de déformabilité après le pic. Plus ce rapport est grand, plus la ductilité est importante [SINTEF, 1989].
- (2) A_{tot} / A_{ep} , qui en s'approchant de l'unité, indique un comportement devenant presque élastique-parfaitement plastique. Un ratio supérieur à 1 correspond à un comportement à écrouissage [LAHLOU, 1994].

Les paramètres A_{post} , A_{pic} , A_{tot} et A_{ep} sont définis à la figure 3.26. Sur cette figure, A_{tot} est l'aire sous la courbe $\sigma-\epsilon$ (somme des deux surfaces hachurées), alors que A_{ep} est l'aire totale délimitée par la pente élastique et le plateau plastique (somme de la surface grise et des surfaces hachurées). Pour les colonnes fortement confinées, le comportement post-pic est raidissant et il est difficile de fixer la valeur de la contrainte f_{pic} montrée sur la figure. Les différentes zones sont donc délimitées comme suit. La déformation longitudinale à la rupture d'un échantillon non confiné (déformation correspondant à f'_c), ϵ_{co} , est d'abord déterminée. Cette déformation est mesurée sur un échantillon sans confinement de chaque série d'essais. La valeur de f_{pic} d'une colonne confinée est par la suite définie par la contrainte correspondant à la déformation ϵ_{co} mesurée sur une colonne non confinée de la même série. La valeur de f_{pic} est utilisée pour délimiter les surfaces pré-pic et post-pic. Les valeurs des deux rapports de toutes les colonnes confinées testées sont données au tableau 3.5.

Le ratio A_{post} / A_{pic} fait ressortir principalement les échantillons qui ont atteint une grande déformation axiale, et ce, même si la déformation plastique s'est produite à un niveau de contrainte inférieur à f'_c . Les colonnes fortement confinées, comme les sections cylindriques (séries 1 et 5) ou les sections carrées avec des coins arrondis (série 3), présentent toutes un ratio élevé (supérieur à 10.0, sauf pour le cylindre 5A). Par contre, certaines colonnes faiblement confinées, comme les sections carrées et rectangulaires avec des coins non arrondis, présentent un rapport supérieur à 3.0 (échantillons 2C, 4B et 6B); ce ratio atteint presque 8.0 pour l'échantillon 6C et il dépasse 16.0 pour la colonne 6D.

Le ratio A_{tot} / A_{ep} met en évidence les colonnes dont le comportement post-pic est similaire à celui d'un matériau écrouissable. Selon les résultats montrés au tableau 3.6, seuls les échantillons fortement confinés présentent un rapport supérieur à 1.0. Puisque, selon la définition de la ductilité, la déformation plastique doit se produire sans perte substantielle de résistance, ce second ratio est mieux adapté que le premier pour caractériser la ductilité des colonnes carrées ou rectangulaires confinées avec des matériaux composites. Ainsi, pour ce type d'essais, les échantillons dont le rapport A_{tot} / A_{ep} est légèrement inférieur, égal ou supérieur à 1.0 peuvent être considérés comme ductiles.

TABLEAU 3.1: PROPRIÉTÉS DES MATÉRIAUX COMPOSITES

Matériau		E		X		ε_{ult} (%)	t (mm)
		(GPa)	(kN/mm/c)	(MPa)	(N/mm/c)		
Fibres de carbone	Mesurées	-	24.3	-	308	1.25	-
	Spécifiées	82.7	24.8	1 265	380	1.50	0.30
Fibres d'aramide	Mesurées	13.6	5.71	230	96.6	1.69	0.42

TABLEAU 3.2: LISTE DES COLONNES

Colonne	Section	f'_c (MPa)	Confinement	Couches	Essais
1A	Circul. $\varnothing=100$ [†]	42.0	Carbone	2	3
2A	Carrée	42.0	N. C.	-	2
2B	Carrée R=5 ^{††}	42.0	Carbone	3	1
2C	Carrée R=5	43.9	Carbone	5	1
2D	Carrée R=25	42.0	Carbone	3	2
2E	Carrée R=25	43.9	Carbone	4	1
2F	Carrée R=25	43.9	Carbone	5 ^{†††}	1
2G	Carrée R=38	42.0	Carbone	3	2
3A	Carrée	35.8	N. C.	-	2
3B	Carrée R=25	35.8	Carbone	4	1
3C	Carrée R=25	35.8	Carbone	5	1
3D	Carrée R=38	35.8	Carbone	4	1
3E	Carrée R=38	35.8	Carbone	5	1
4A	Rect.	42.0	N. C.	-	1
4B	Rect. R=5	43.9	Carbone	5	1
4C	Rect. R=25	42.0	Carbone	3	1
4D	Rect. R=25	43.9	Carbone	4	1
4E	Rect. R=38	42.0	Carbone	3	1
5A	Circul. $\varnothing=150$	43.0	Aramide	3	1
5B	Circul. $\varnothing=150$	43.0	Aramide	6	1
5C	Circul. $\varnothing=150$	43.0	Aramide	9	1
5D	Circul. $\varnothing=150$	43.0	Aramide	12	1
6A	Carrée R=5	43.0	Aramide	3	1
6B	Carrée R=5	43.0	Aramide	6	1
6C	Carrée R=5	43.0	Aramide	9	1
6D	Carrée R=5	43.0	Aramide	12	1
6E	Carrée R=25	43.0	Aramide	3	1
6F	Carrée R=25	43.0	Aramide	6	1
6G	Carrée R=25	43.0	Aramide	9	1
6H	Carrée R=25	43.0	Aramide	12	1
6I	Carrée R=38	43.0	Aramide	6	1
6J	Carrée R=38	43.0	Aramide	9	1

[†] \varnothing est le diamètre du cylindre

^{††} R est le rayon des coins de la colonne

^{†††} L'orientation des fibres de l'enveloppe de confinement est $[\pm 15/0]$

TABLEAU 3.3: RÉSULTATS, FIBRES DE CARBONE

Colonne	Contrainte axiale				Déformations			
	$f_{z, max}$ (MPa)	$f_{z, max} / f'_c$	$f_{z, ult}$ (MPa)	$f_{z, ult} / f'_c$	$\epsilon_{z, ult}$ (%)	$\epsilon_{t, ult}$ (%)	$\epsilon_{d, ult}$ (%)	$\epsilon_{f, ult}$ (%)
1A1	73.5	1.75	73.5	1.75	1.60	0.89	-	-
1A2	73.3	1.75	73.3	1.75	1.57	0.95	-	-
1A3	67.5	1.61	67.5	1.61	1.35	0.80	-	-
2A1	41.5	0.99	-	-	-	-	-	-
2A2	43.5	1.04	-	-	-	-	-	-
2B	39.4	0.94	25.0	0.60	0.69	3.11	0.92	0.23
2C	44.1	1.00	32.1	0.73	1.02	3.05	0.71	0.44
2D1	42.1	0.99	42.1	0.99	0.94	2.18	0.49	0.56
2D2	44.1	1.03	43.2	1.01	0.89	1.56	0.57	0.63
2E	50.8	1.16	50.8	1.16	1.35	2.49	0.55	0.59
2F	47.9	1.09	46.0	1.05	0.90	2.05	0.75	0.51
2G1	47.3	1.13	47.3	1.13	1.08	1.99	0.55	0.71
2G2	50.4	1.20	49.0	1.17	1.16	1.79	0.54	1.61
3A1	34.6	0.97	-	-	-	-	-	-
3A2	36.2	1.01	-	-	-	-	-	-
3B	52.4	1.46	52.4	1.46	2.04	2.91	0.58	0.70
3C	57.7	1.61	57.7	1.61	2.12	2.57	0.54	0.65
3D	59.5	1.66	59.5	1.66	1.92	1.87	0.56	0.89
3E	68.8	1.92	68.8	1.92	2.39	2.29	0.64	0.86
4A	42.2	1.00	-	-	-	-	-	-
4B	44.2	1.01	27.1	0.62	0.98	2.17	0.74	0.43
4C	41.9	1.00	29.8	0.70	0.79	2.88	0.54	0.74
4D	44.5	1.01	42.2	0.96	0.93	3.10	0.55	0.53
4E	43.6	1.04	42.1	1.00	0.85	2.04	0.66	0.68

TABLEAU 3.4: RÉSULTATS, FIBRES D'ARAMIDE

Colonne	Contrainte axiale				Déformations			
	$f_{z, max}$ (MPa)	$f_{z, max} / f'_c$	$f_{z, ult}$ (MPa)	$f_{z, ult} / f'_c$	$\epsilon_{z, ult}$ (%)	$\epsilon_{t, ult}$ (%)	$\epsilon_{d, ult}$ (%)	$\epsilon_{f, ult}$ (%)
5A	47.5	1.10	43.3	1.01	1.11	1.55	-	1.53
5B	58.7	1.37	58.7	1.37	1.47	1.39	-	-
5C	71.1	1.65	71.1	1.65	1.69	1.33	-	-
5D	74.4	1.73	74.4	1.73	1.74	1.18	-	-
6A	50.8	1.18	23.8	0.55	1.06	2.60	0.54	0.79
6B	51.5	1.20	28.5	0.66	1.49	2.68	1.08	1.30
6C	53.8	1.25	35.0	0.81	2.08	3.00	0.33	1.48
6D	54.3	1.26	47.0	1.09	1.24	6.52	-	0.90
6E	51.2	1.19	30.6	0.71	0.79	2.64	0.78	1.12
6F	51.1	1.19	44.3	1.03	0.97	2.11	-	1.27
6G	53.2	1.24	49.9	1.16	1.10	2.57	0.74	0.94
6H	55.2	1.28	57.1	1.33	1.26	2.24	0.98	1.04
6I	50.9	1.18	44.0	1.02	0.96	0.69	0.48	1.05
6J	52.7	1.23	52.7	1.23	1.18	1.75	0.33	0.97

TABLEAU 3.5: INFLUENCE DE LA SECTION ET DU RATIO DE CONFINEMENT
SUR LE COMPORTEMENT DES COLONNES

Colonne	R/D	A_f/A_c	$R/D * A_f/A_c$ (*100)	$f_{z,ult}/f'_c$
1A	0.500	0.018	0.900	1.70
2B	0.033	0.017	0.058	0.60
2C	0.033	0.029	0.096	0.73
2D	0.167	0.017	0.278	1.00
2E	0.167	0.022	0.370	1.16
2F	0.167	0.028	0.463	1.05
2G	0.250	0.017	0.415	1.15
3B	0.167	0.022	0.370	1.46
3C	0.167	0.028	0.463	1.61
3D	0.250	0.022	0.553	1.66
3E	0.250	0.028	0.690	1.92
4B	0.025	0.029	0.073	0.62
4C	0.125	0.017	0.213	0.70
4D	0.125	0.023	0.284	0.96
4E	0.190	0.014	0.272	1.00
5A	0.500	0.034	1.70	1.10
5B	0.500	0.068	3.39	1.37
5C	0.500	0.102	5.08	1.65
5D	0.500	0.135	6.77	1.73
6A	0.033	0.032	0.108	0.55
6B	0.033	0.065	0.215	0.66
6C	0.033	0.097	0.323	0.81
6D	0.033	0.129	0.430	1.09
6E	0.167	0.031	0.518	0.71
6F	0.167	0.062	1.04	1.03
6G	0.167	0.093	1.56	1.16
6H	0.167	0.125	2.08	1.33
6I	0.250	0.062	1.55	1.02
6J	0.250	0.093	2.32	1.23

TABLEAU 3.6: ÉVALUATION DE LA DUCTILITÉ DES COLONNES

Colonne	A_{post} / A_{pic}	A_{tot} / A_{ep}
1A1	12.6	1.40
1A2	13.5	1.41
1A3	11.1	1.34
2B	2.08	0.85
2C	3.63	0.85
2D1	3.50	0.97
2D2	3.62	1.02
2E	6.98	1.07
2F	3.97	1.06
2G1	5.04	1.03
2G2	5.70	1.11
3B	14.4	1.25
3C	17.0	1.17
3D	15.3	1.33
3E	20.7	1.49
4B	3.53	0.82
4C	2.71	0.90
4D	3.69	0.99
4E	3.63	1.01
5A	5.46	0.94
5B	10.9	1.10
5C	11.6	1.13
5D	11.9	1.30
6A	2.98	0.67
6B	4.19	0.60
6C	7.96	0.73
6D	16.2	0.86
6E	2.21	0.77
6F	3.83	0.94
6G	4.76	0.98
6H	6.79	1.09
6I	3.73	0.95
6J	5.72	1.02

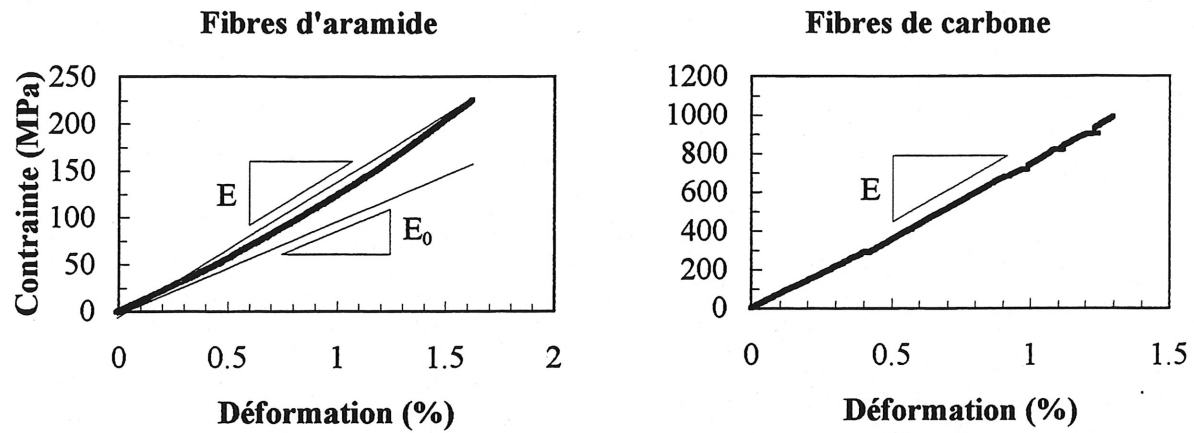


Figure 3.1: Relation contrainte-déformation des matériaux composites

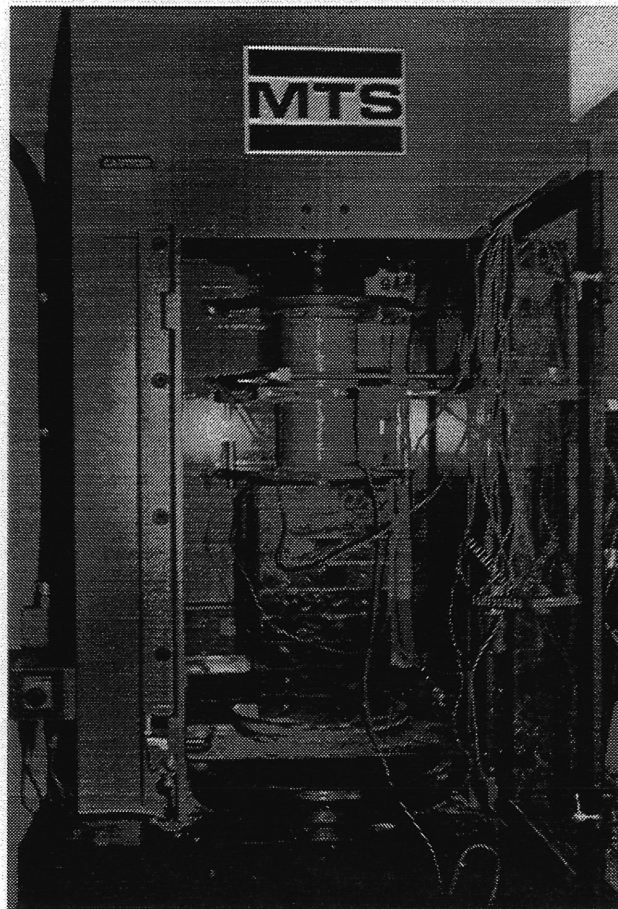


Figure 3.2: Échantillon en place sous la presse

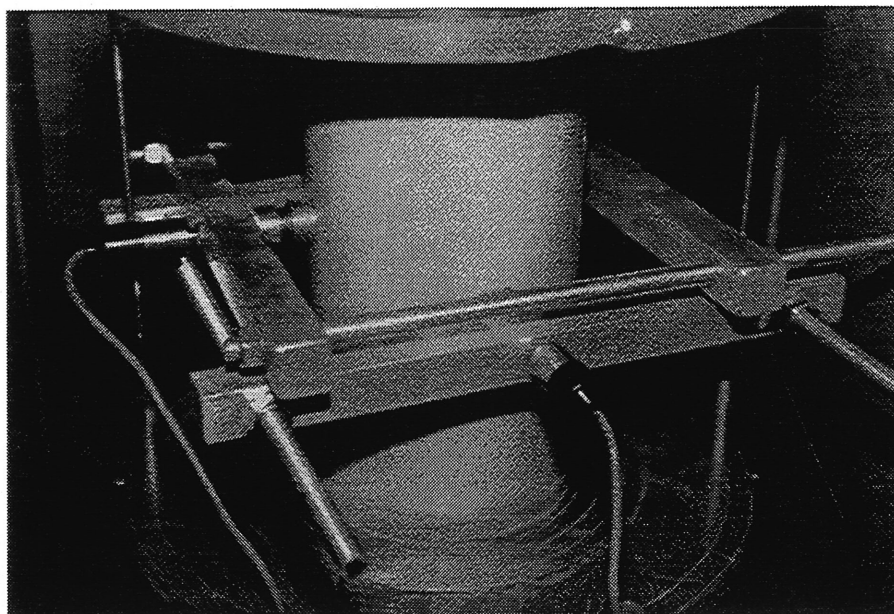


Figure 3.3: Système de mesure des déformations transversales

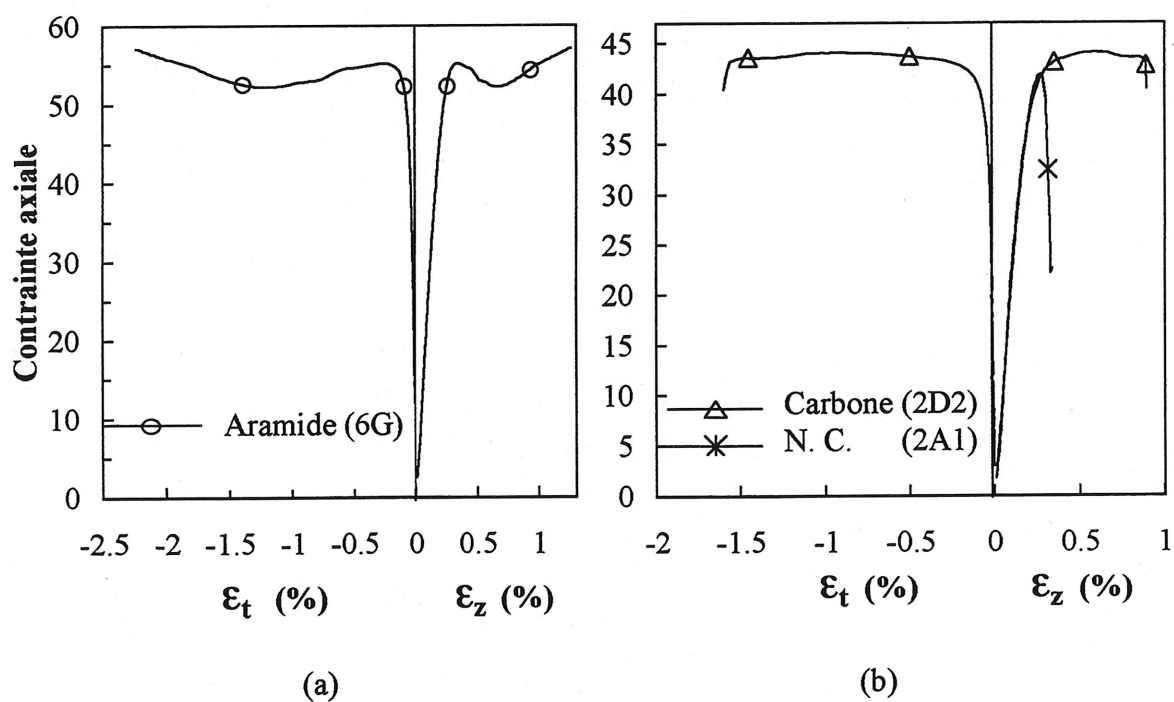


Figure 3.4: Courbe contrainte-déformation de colonnes confinées: (a) avec des fibres d'aramide; (b) avec des fibres de carbone

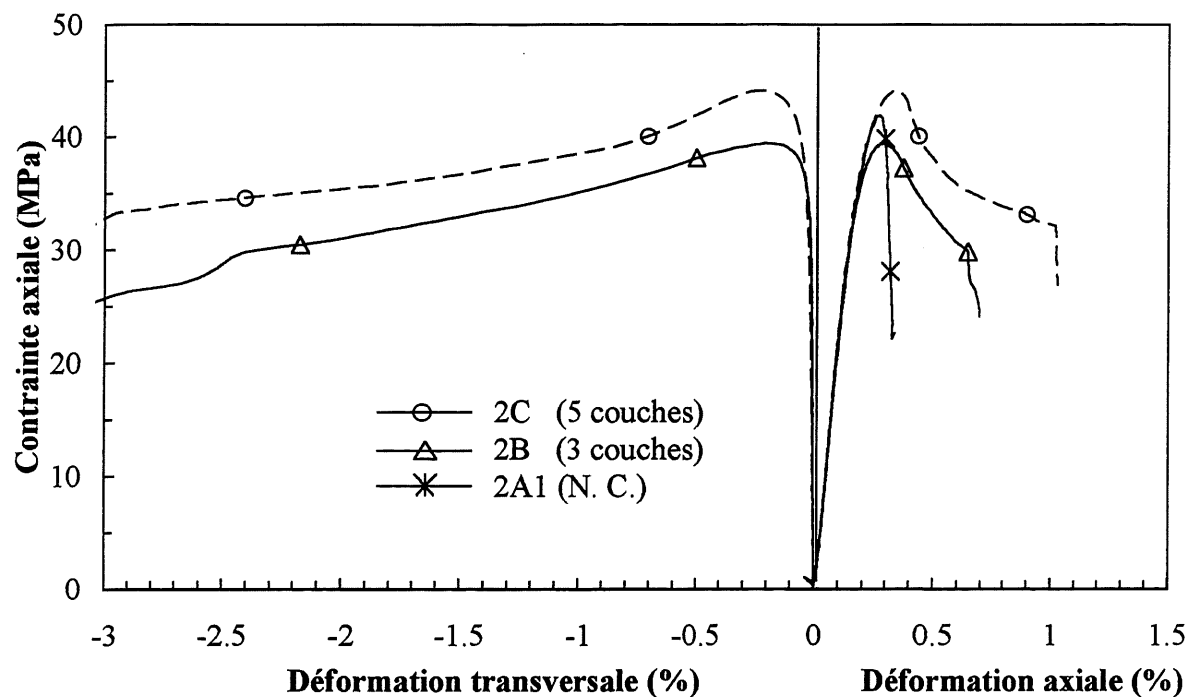


Figure 3.5 : Variation du nombre de couches sur une colonne carrée (carbone, R=5 mm)

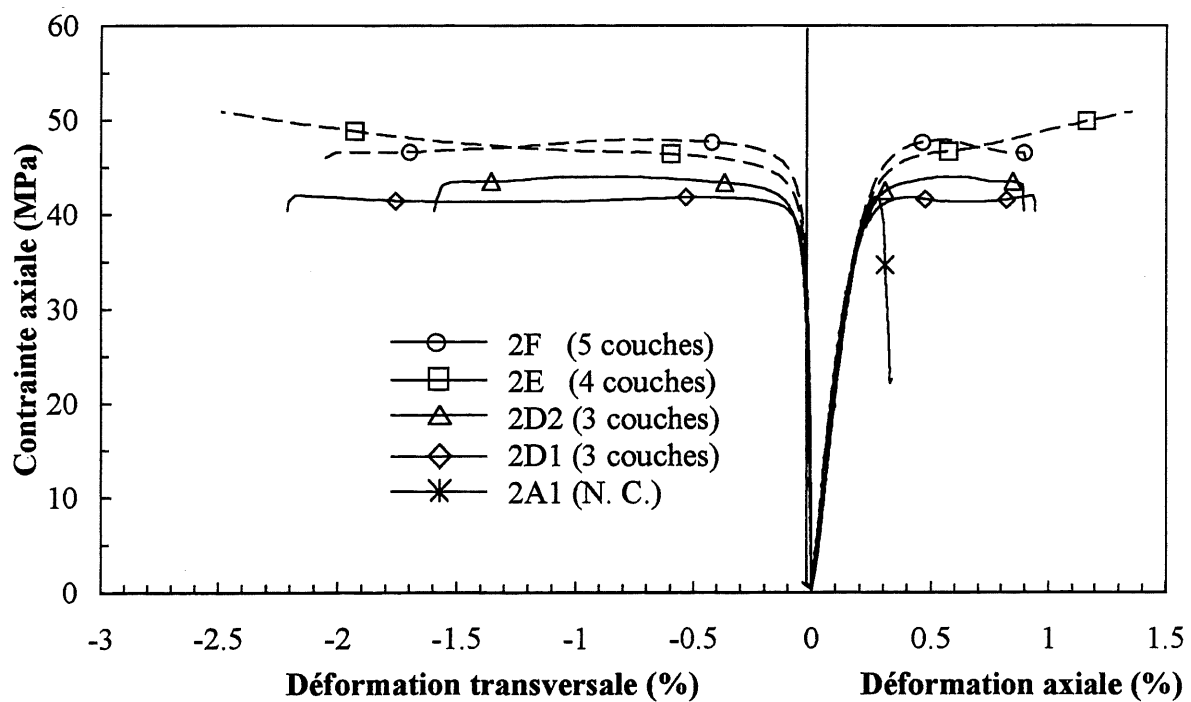


Figure 3.6 : Variation du nombre de couches sur une colonne carrée (carbone, R=25 mm)

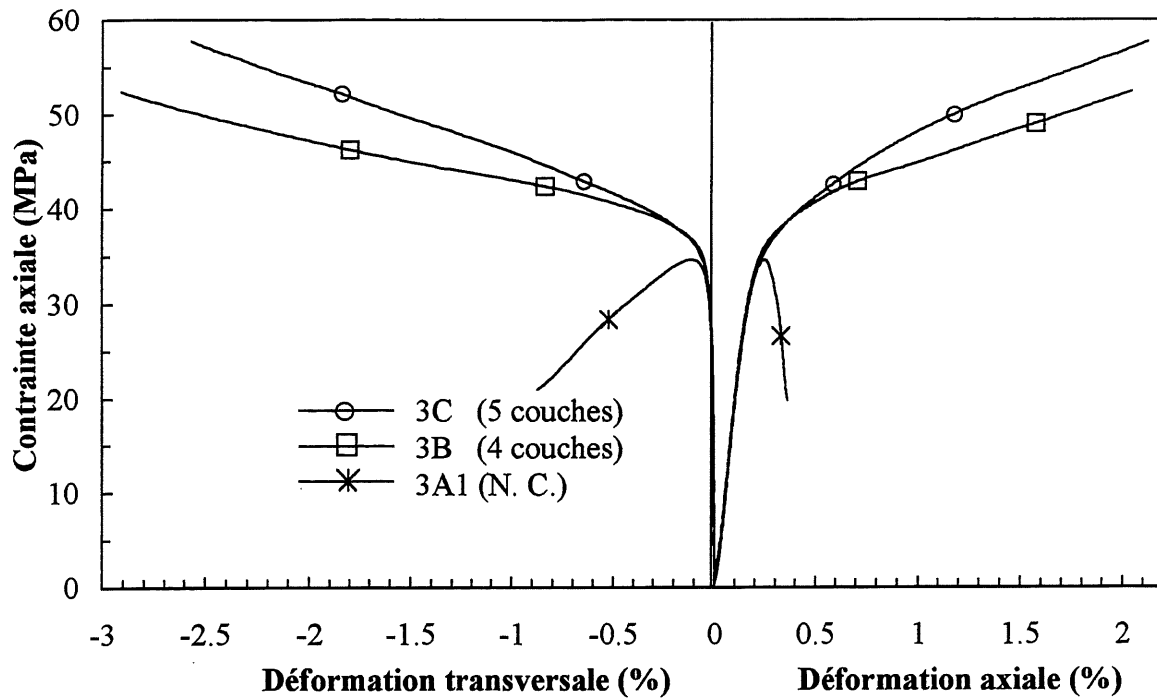


Figure 3.7 : Variation du nombre de couches sur une colonne carrée (carbone, $R=25$ mm)

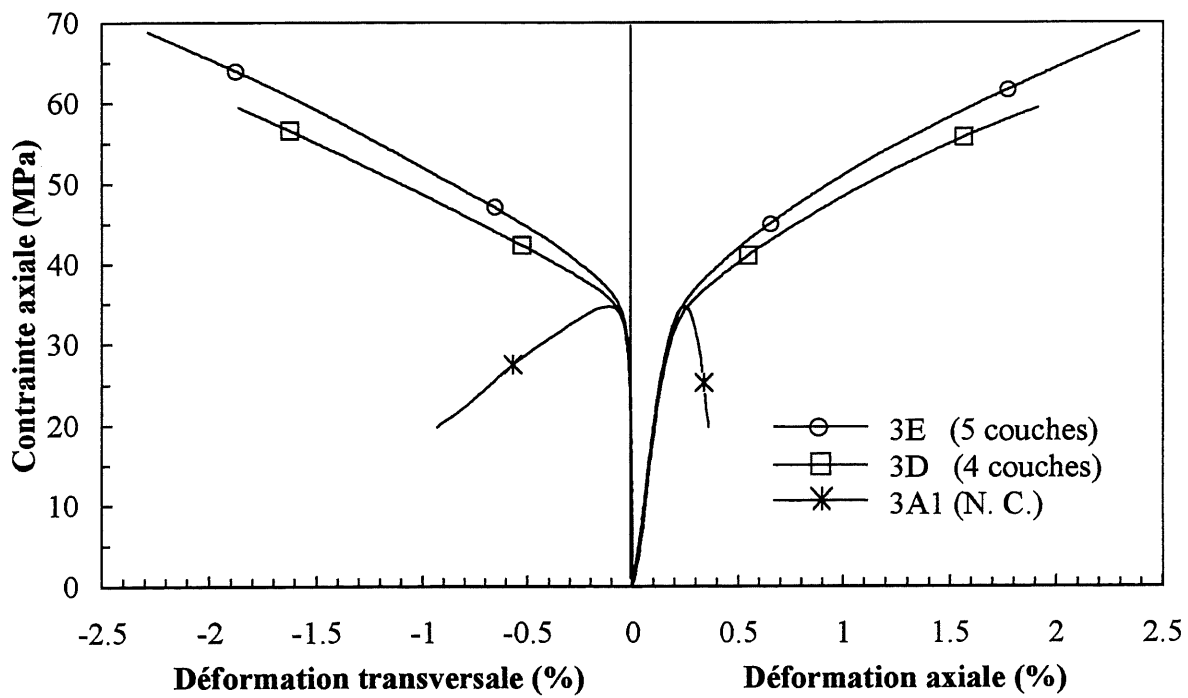


Figure 3.8 : Variation du nombre de couches sur une colonne carrée (carbone, $R=38$ mm)

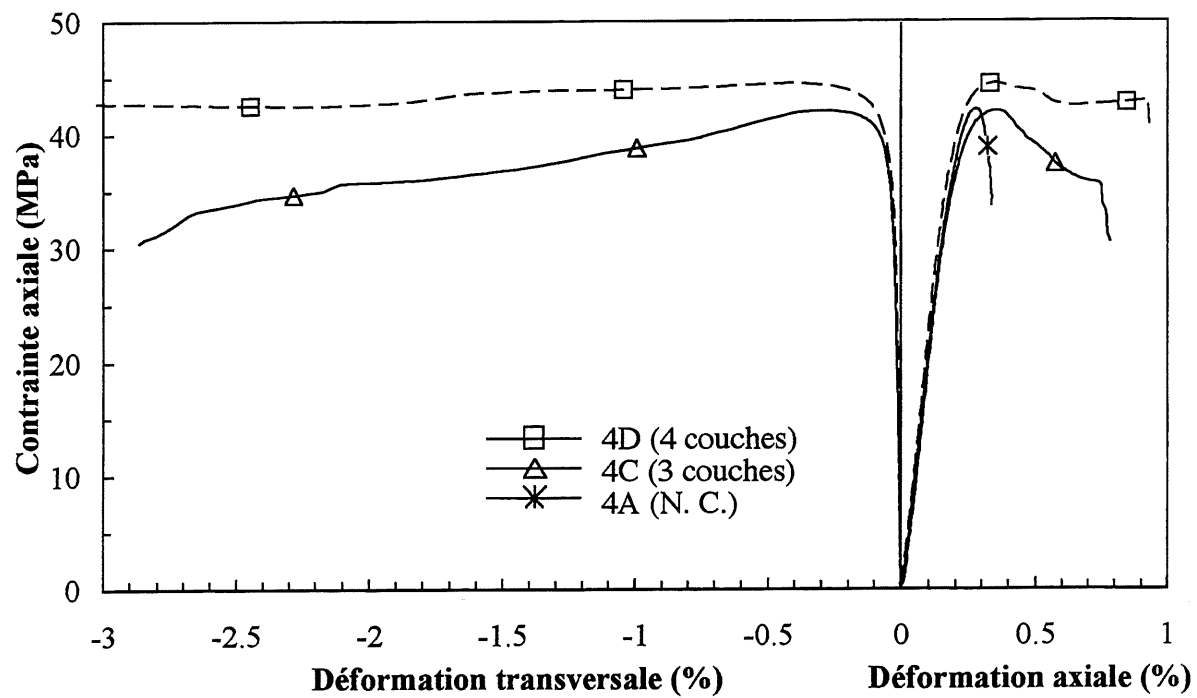


Figure 3.9 : Variation du nombre de couches, colonne rectangulaire (carbone, R=25 mm)

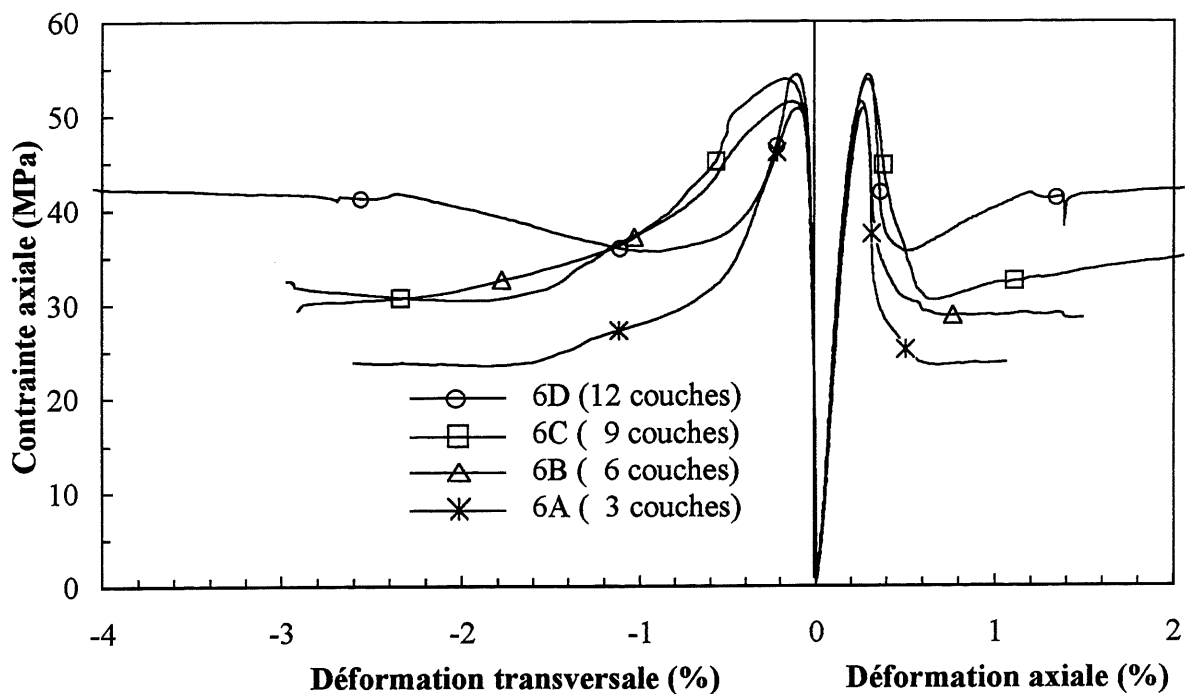


Figure 3.10 : Variation du nombre de couches sur une colonne carrée (aramide, R=5 mm)

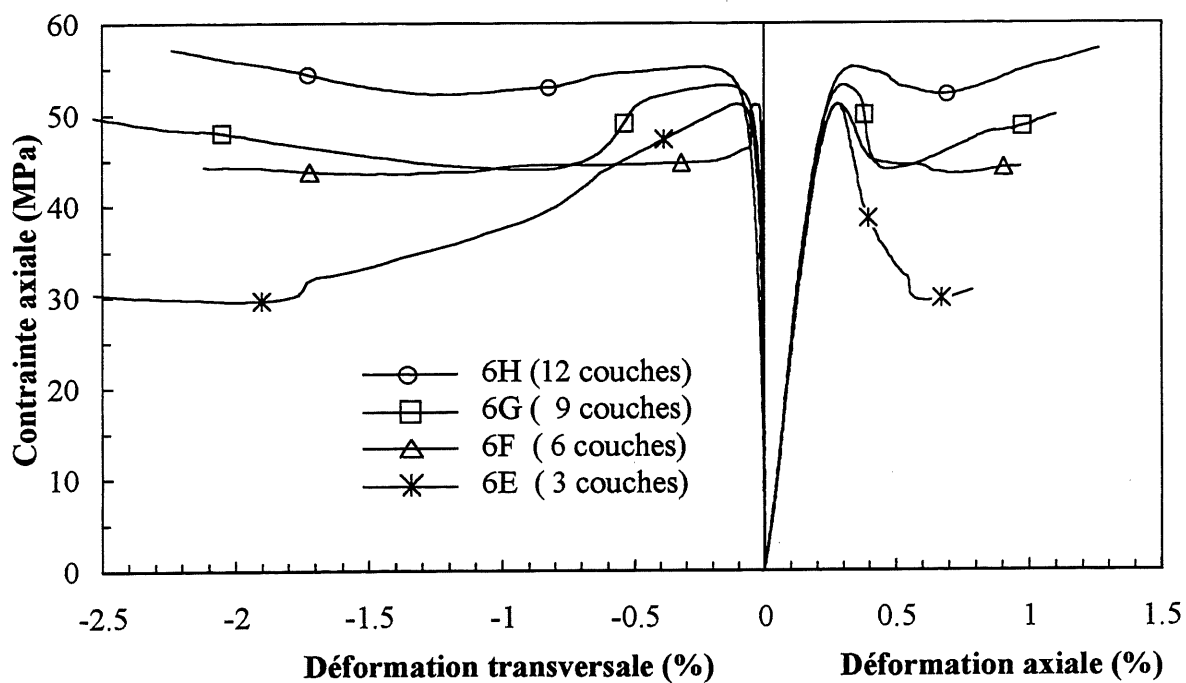


Figure 3.11 : Variation du nombre de couches sur une colonne carrée (aramide, R=25 mm)

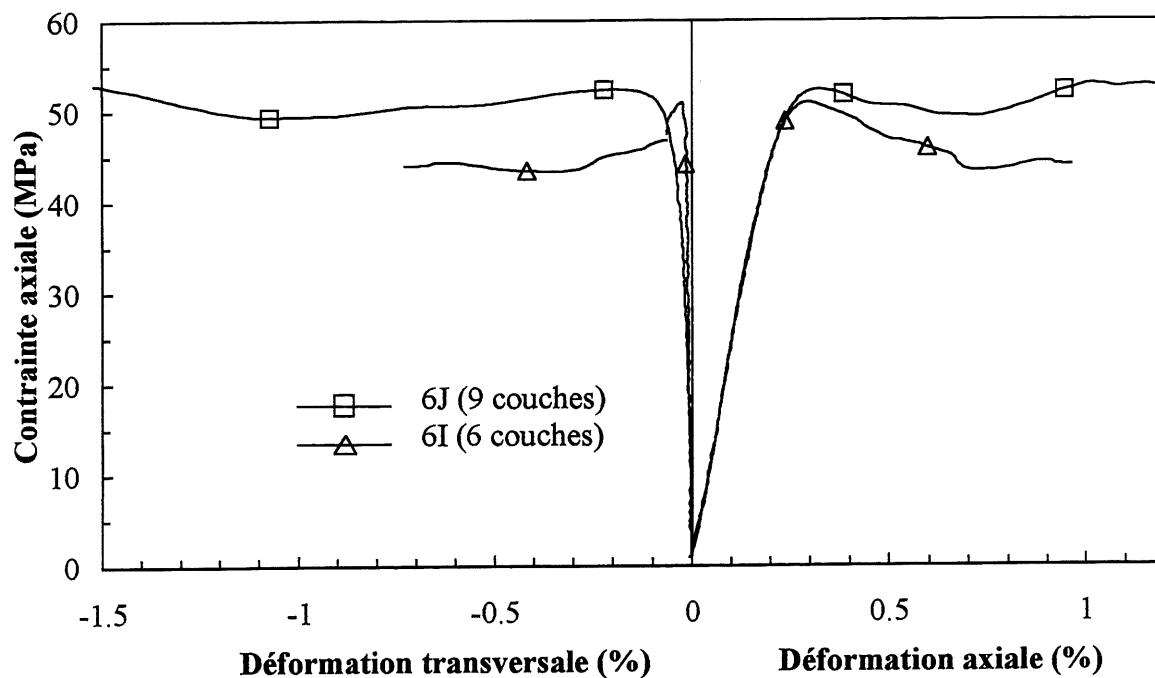


Figure 3.12 : Variation du nombre de couches sur une colonne carrée (aramide, R=38 mm)

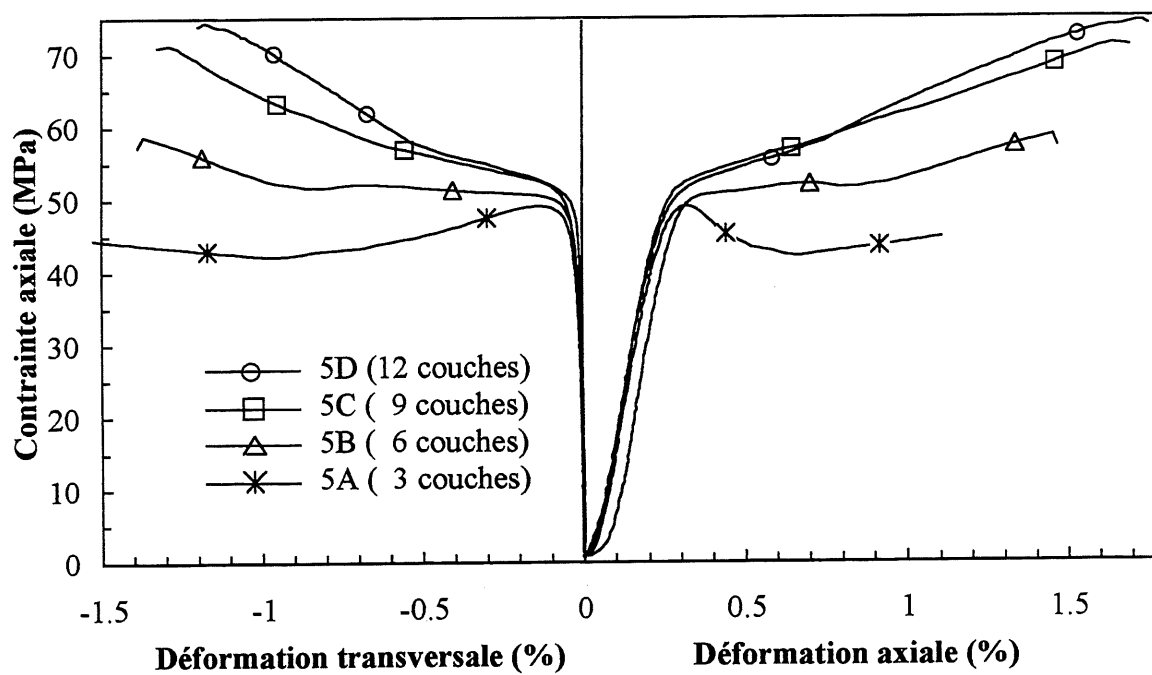


Figure 3.13 : Variation du nombre de couches sur un cylindre (aramide, R=76)

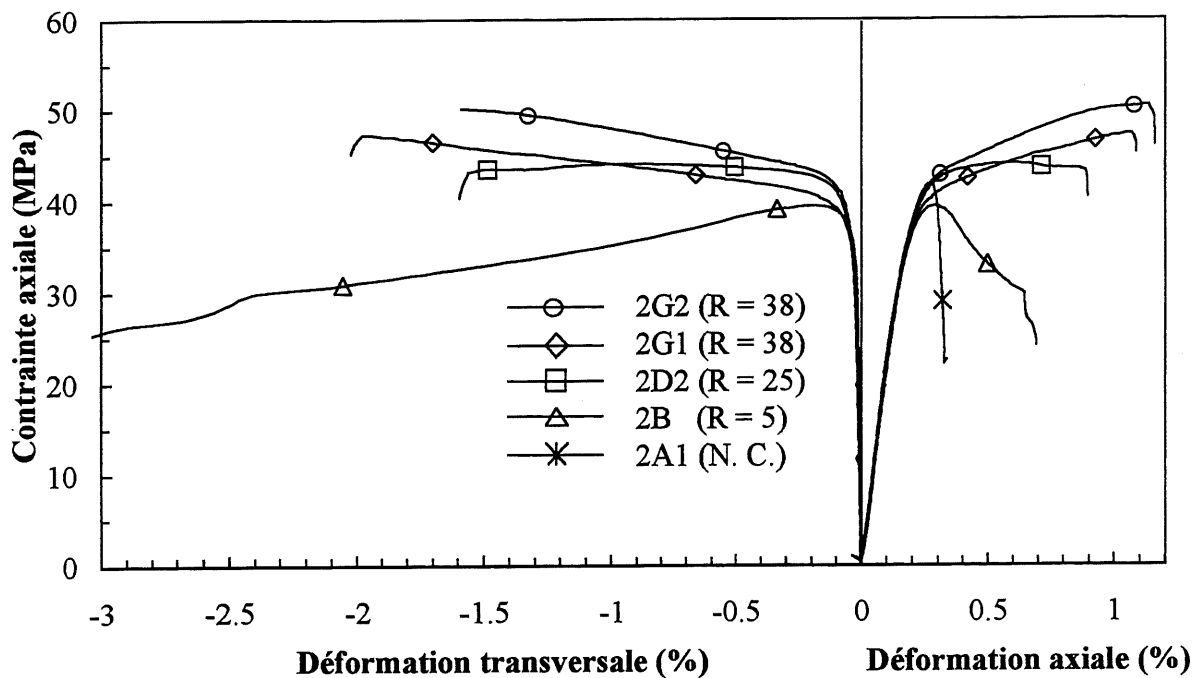


Figure 3.14: Variation du rayon des coins d'une colonne carrée (carbone, 3 couches)

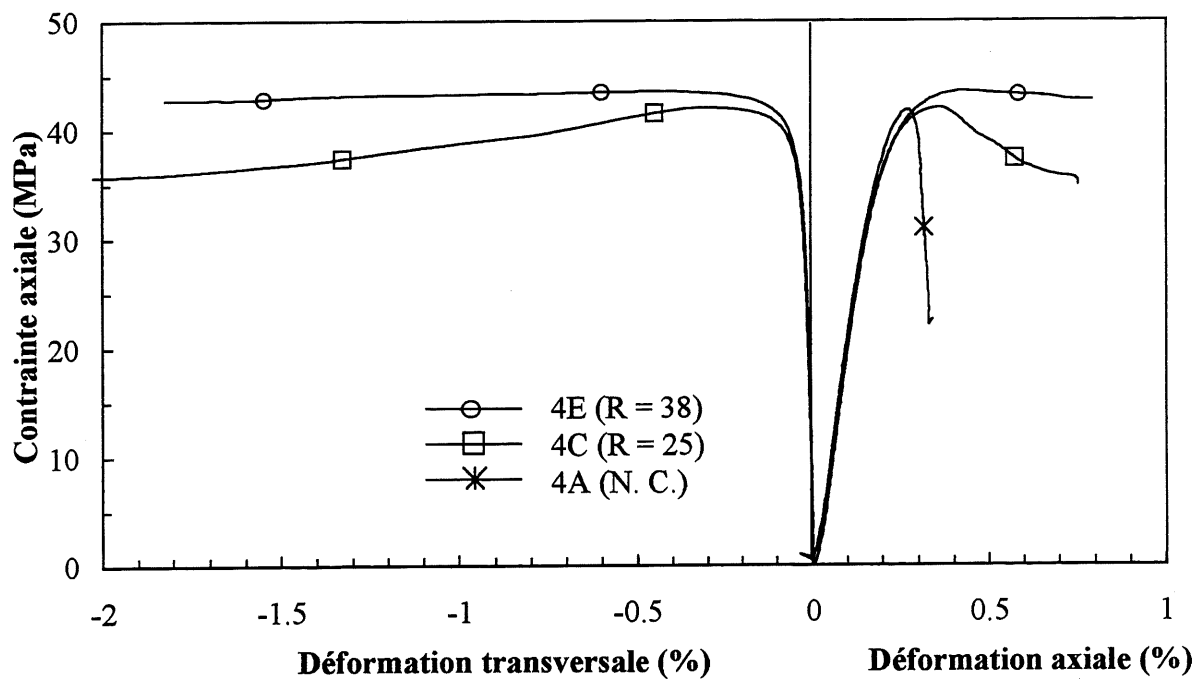


Figure 3.15: Variation du rayon des coins d'une colonne rectangulaire (carbone, 3 couches)

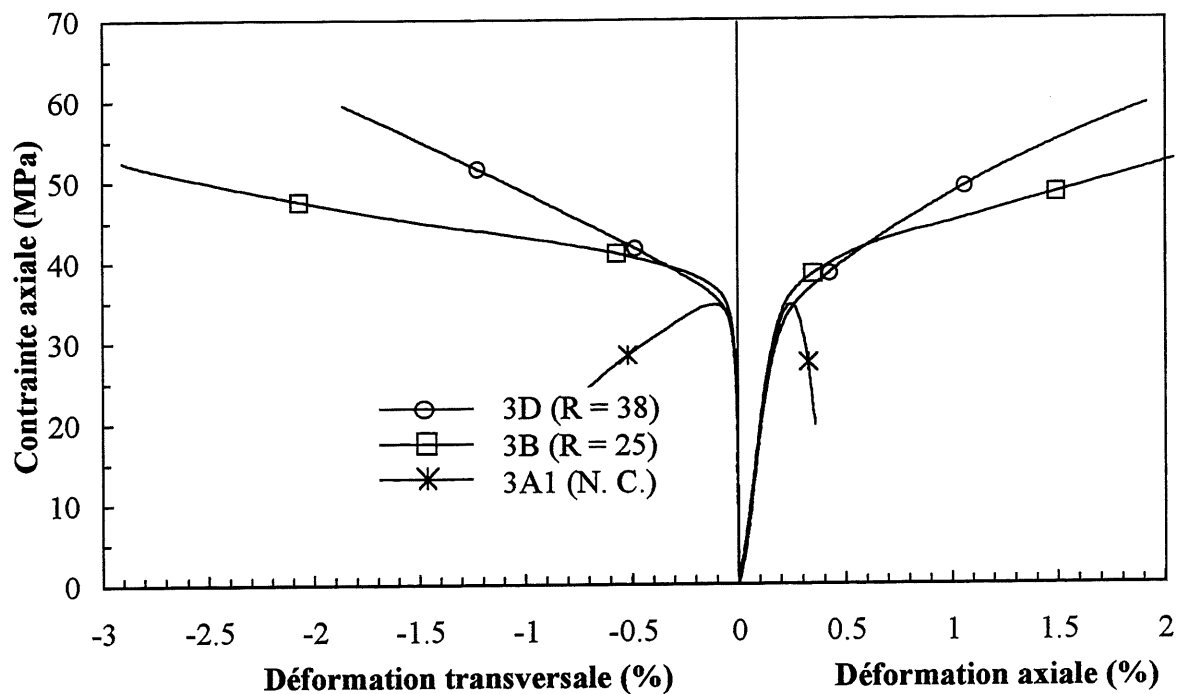


Figure 3.16: Variation du rayon des coins d'une colonne carrée (carbone, 4 couches)

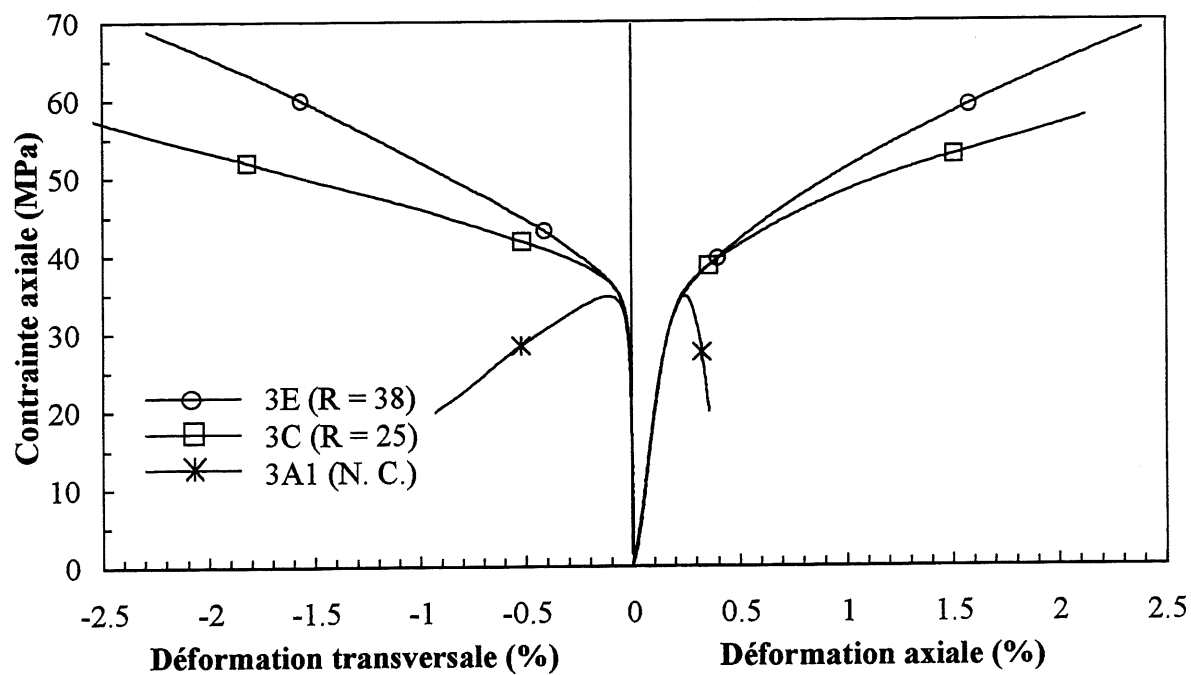


Figure 3.17: Variation du rayon des coins d'une colonne carrée (carbone, 5 couches)

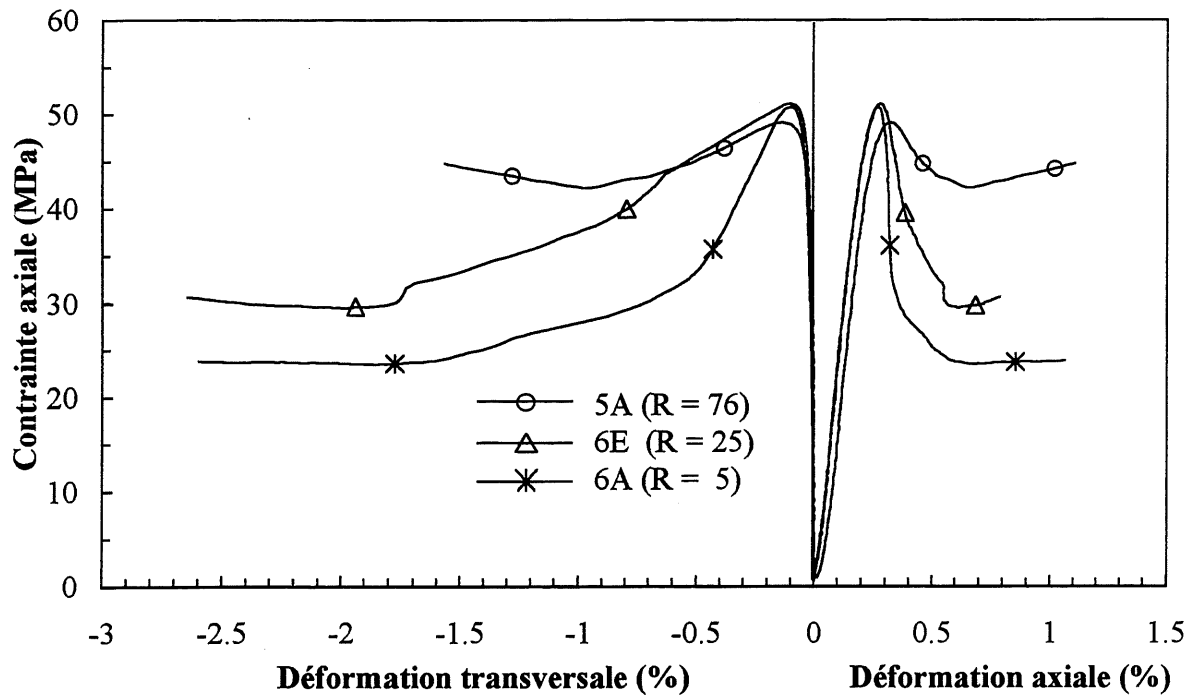


Figure 3.18: Variation du rayon des coins de la colonne (aramide, 3 couches)

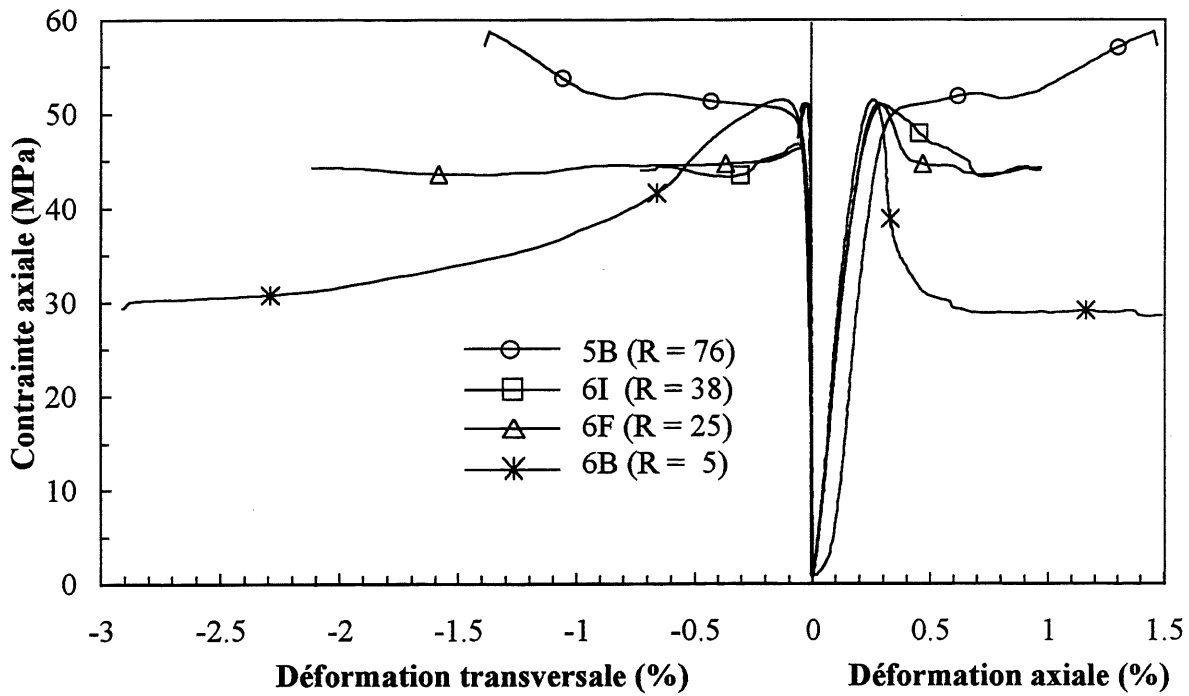


Figure 3.19: Variation du rayon des coins de la colonne (aramide, 6 couches)

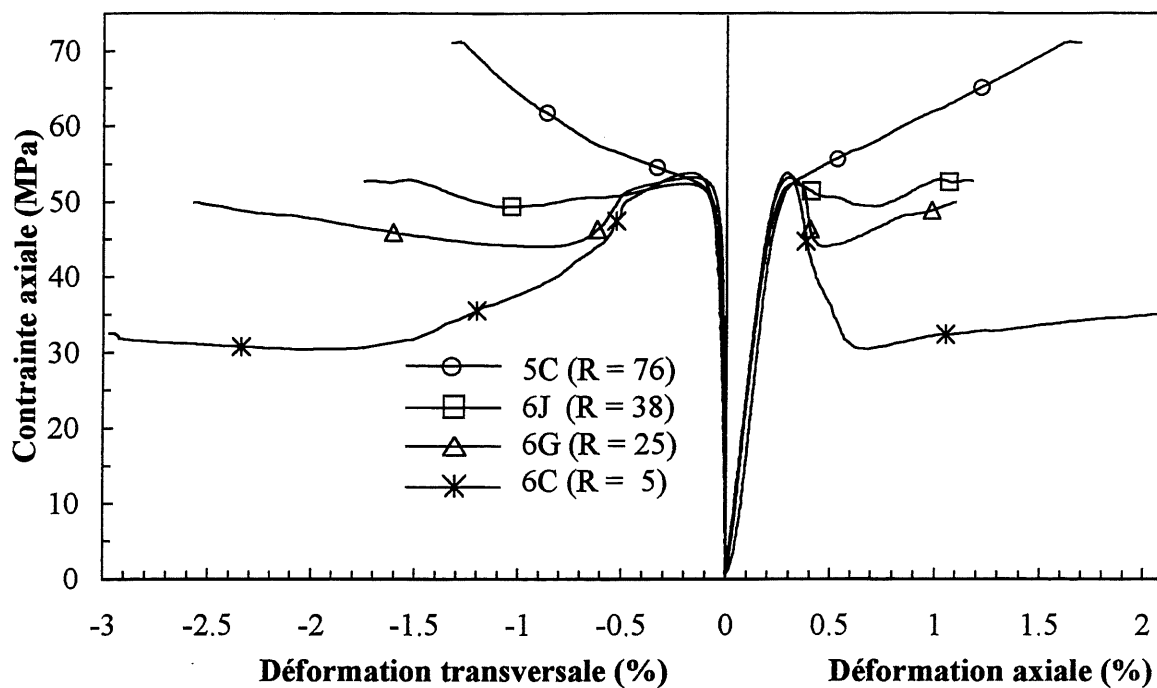


Figure 3.20: Variation du rayon des coins de la colonne (aramide, 9 couches)

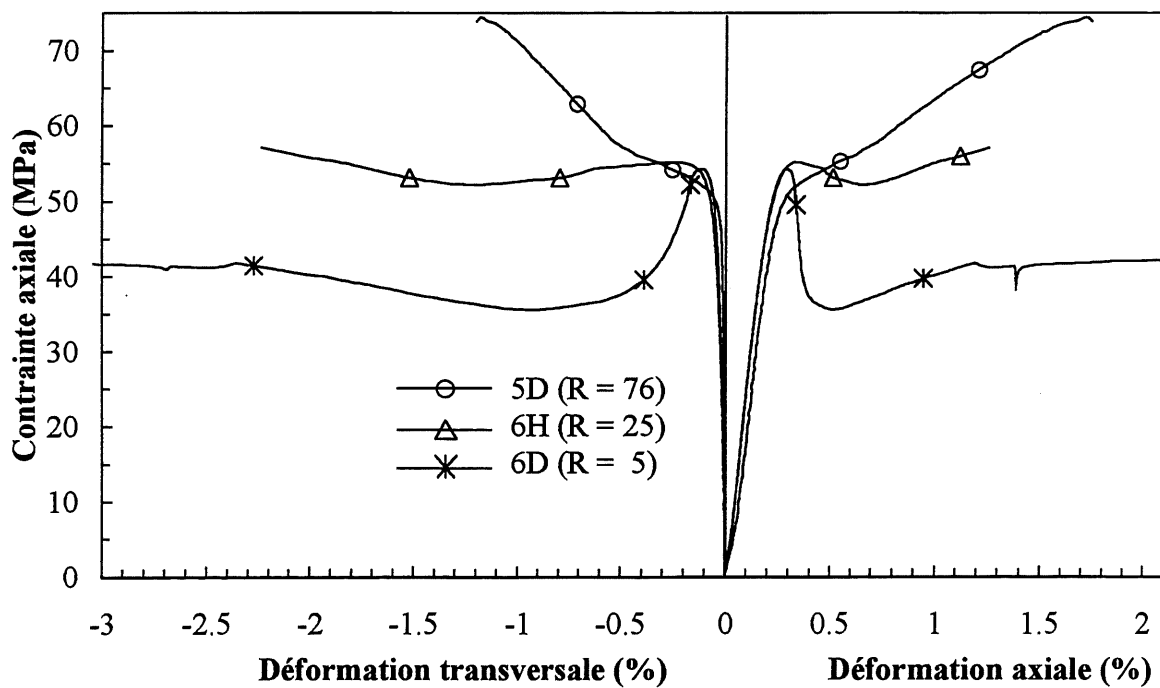


Figure 3.21: Variation du rayon des coins de la colonne (aramide, 12 couches)

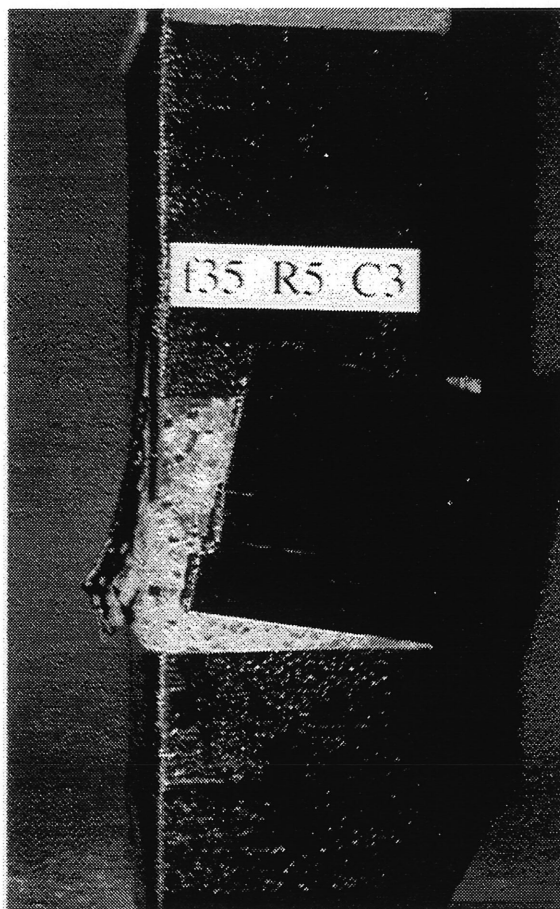


Figure 3.22: Zone de rupture typique d'une colonne faiblement confinée



Figure 3.23: Rupture d'une colonne fortement confinée (échantillon 3E)

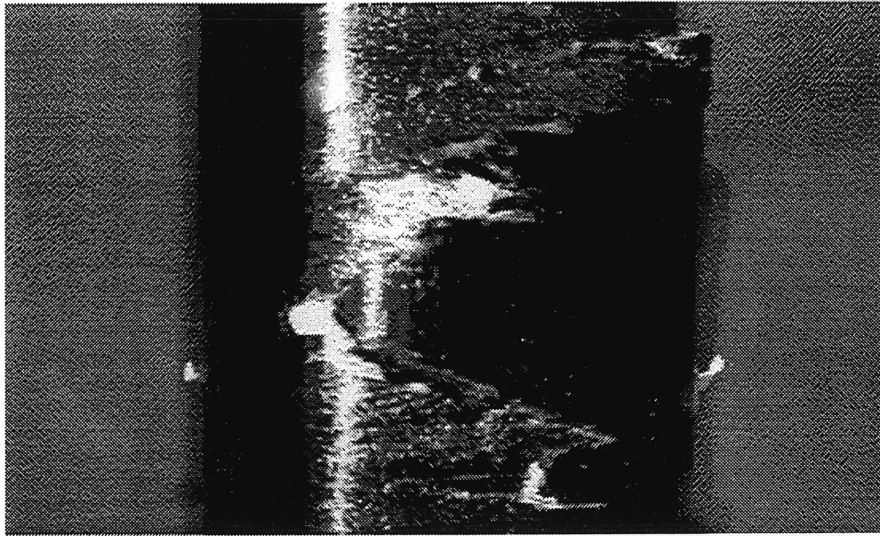


Figure 3.24: Zone de rupture de la colonne 2F

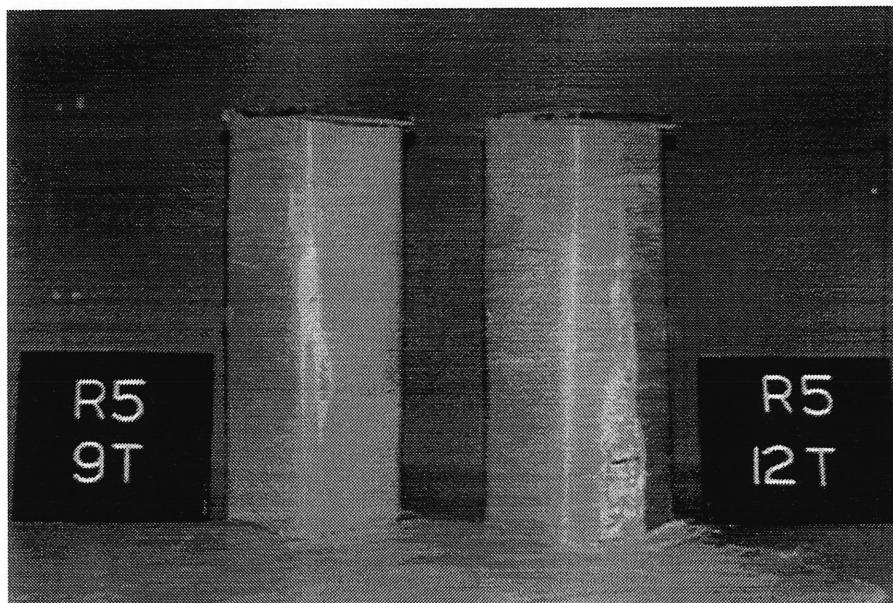


Figure 3.25: Rupture typique de colonnes confinées avec des fibres d'aramide

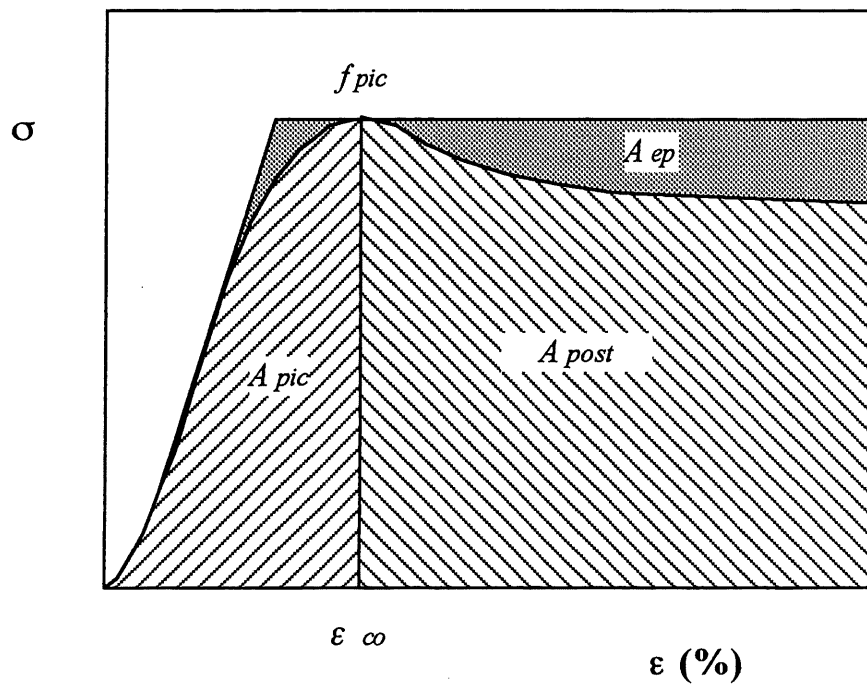


Figure 3.26: Paramètres définissant la ductilité

4. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES MATÉRIAUX

4.1 Les matériaux composites

Les matériaux composites à fibres longues ont un comportement anisotrope et essentiellement linéaire élastique jusqu'à la rupture, qui est décrit par la loi de Hooke généralisée. Selon la notation tensorielle, cette loi s'écrit, sous forme contractée:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \quad (4.1)$$

Dans cette équation, σ_{ij} , C_{ijkl} et ε_{kl} sont les tenseurs des contraintes, des constantes de rigidité et des déformations, respectivement. Pour le cas général des matériaux orthotropes, le tenseur C_{ijkl} contient 21 constantes indépendantes. Cependant, pour les matériaux transversalement isotropes, tel une mono-couche unidirectionnelle, ce nombre est réduit à cinq. La notation simplifiée suivante peut alors être utilisée:

$$\begin{array}{ll} \sigma_{11} = \sigma_1 & \varepsilon_{11} = \varepsilon_1 \\ \sigma_{22} = \sigma_2 & \varepsilon_{22} = \varepsilon_2 \\ \sigma_{33} = \sigma_3 & \varepsilon_{33} = \varepsilon_3 \\ \sigma_{13} = \sigma_4 & \varepsilon_{13} = \varepsilon_4 \\ \sigma_{23} = \sigma_5 & \varepsilon_{23} = \varepsilon_5 \\ \sigma_{12} = \sigma_6 & \varepsilon_{12} = \varepsilon_6 \end{array}$$

La relation (4.1) devient, exprimée sous forme matricielle complète:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{22} - C_{23} & 0 & 0 \\ & SYM. & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

Les équations qui suivent permettent d'établir les relations entre les composantes du tenseur C_{ij} et les constantes de l'ingénieur [AWERBUCH, 1985]:

$$\begin{aligned}
C_{11} &= (1 - \nu_{23}^2) V E_{11} \\
C_{22} &= (1 - \nu_{12} \nu_{21}) V E_{22} \\
C_{12} &= \nu_{21} (1 + \nu_{23}) V E_{11} = \nu_{12} (1 + \nu_{23}) V E_{22} \\
C_{23} &= (\nu_{23} + \nu_{12} \nu_{21}) V E_{22} \\
C_{44} &= (C_{22} - C_{23}) / 2 = (1 - \nu_{23} - 2 \nu_{12} \nu_{21}) V E_{22} / 2 \\
C_{55} &= G_{12}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

où
$$V = [(1 + \nu_{23}) (1 - \nu_{23} - 2 \nu_{12} \nu_{21})]^{-1}$$

$$\nu_{ij} = - \varepsilon_j / \varepsilon_i$$

Les constantes	E_1 et E_2	sont les modules d'élasticité dans les axes 1 et 2;
	ν_{12}, ν_{21} et ν_{23}	sont les coefficients de Poisson;
	G_{12}	est le module de cisaillement.

Ces constantes sont déterminées à partir d'essais sur des échantillons uniaxiaux.

4.2 Le béton confiné

La figure 4.1 montre une courbe contrainte-déformation axiale typique d'un béton chargé en tension (déformations négatives) ou en compression (déformations positives) jusqu'à la rupture. La partie droite de la courbe montre que dans le cas d'un chargement en compression, le matériau présente un comportement initial linéaire, jusqu'au point A, pour ensuite perdre progressivement sa rigidité à cause de la micro-fissuration interne, et ce, jusqu'à la fin de la zone d'écoulement plastique au point D. La déformation totale du matériau plastique, ε^p , est la somme de la déformation réversible élastique, ε^e , et de la déformation plastique permanente, ε^p . Les portions plastiques AC et CD de la courbe correspondent au comportement d'un matériau écrouissable et à celui d'un matériau élastique-parfaitement plastique, respectivement. Un matériau est considéré parfaitement plastique ou écrouissable selon qu'il permet ou non un changement de déformation permanente sous une charge constante. Pour le béton, la pratique courante est d'assumer qu'il est un matériau élastique-parfaitement plastique en compression et un matériau élastique fragile en tension. Un critère d'écoulement pour la plasticité en compression, ainsi qu'un critère de contrainte normale maximale pour la rupture en tension sont généralement adoptés pour décrire son comportement [CHEN, 1982].

Sous une forte compression triaxiale, il est connu que le béton peut se déformer tel un matériau ductile en suivant la surface d'écoulement avant d'atteindre sa déformation ultime. Pour tenir compte de cette propriété du béton à se déformer plastiquement avant la rupture, un modèle parfaitement plastique tel que montré schématiquement à la figure 4.2 est introduit. La première

étape de cette théorie consiste à établir les relations contraintes-déformations, lesquelles sont décrites dans la présente section.

4.2.1 Critères de chargement et de déchargement

Dans le cas d'un matériau élastique-parfaitement plastique, le comportement général sous un état de contraintes triaxiales complexe peut être défini par les énoncés suivants:

1. Le matériau est élastique tant qu'il n'a pas atteint la limite élastique, c'est-à-dire tant qu'une certaine fonction des composantes des contraintes n'a pas atteint une certaine valeur. C'est la fonction d'écoulement:

$$f(\sigma_{ij}) = k \quad (4.4)$$

2. Puis, la déformation plastique se produit sans limite. Pour que l'écoulement plastique puisse continuer, l'état de contrainte doit demeurer sur la surface d'écoulement. C'est le critère de chargement.
3. Cet écoulement plastique est permanent, c'est-à-dire qu'il demeure quand les contraintes sont enlevées ou quand l'état des contraintes descend sous la limite d'écoulement. C'est le critère de déchargement.

La surface d'écoulement de l'équation (4.4) peut être interprétée géométriquement comme une surface dans l'espace des contraintes. Pour un matériau isotrope comme le béton, il est possible de considérer seulement les contraintes principales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Un espace à trois dimensions peut donc être utilisé. Pour un matériau parfaitement plastique, la fonction d'écoulement $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = k$ est une surface fixe dans l'espace des contraintes; chaque point à l'intérieur de la surface représente un état élastique de contraintes et chaque point sur la surface un état plastique.

Puisque, selon les énoncés ci-dessus, les déformations plastiques ε_{ij}^p sont illimitées durant l'écoulement, il faut penser en termes de taux de déformations, $\dot{\varepsilon}_{ij}$, ou de changements infinitésimaux de déformations, $d\varepsilon_{ij}$. Ces incréments de déformations sont obtenus de la somme des incréments de déformations élastiques et plastiques:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (4.5)$$

La loi de Hooke permet de décrire la relation entre les incréments de contraintes et les déformations élastiques. Ainsi, la loi de comportement d'un matériau plastique est réduite

essentiellement à la relation liant l'état actuel des contraintes et les incréments de contraintes aux déformations plastiques. Cette relation est décrite aux sous-sections 4.2.3 et 4.2.4 pour un matériau parfaitement plastique.

La fonction f de l'équation (4.4) est une surface fixe alors que σ_{ij} et $d\sigma_{ij}$ sont définis comme des vecteurs de contraintes et d'incrément de contraintes dans l'espace des contraintes. Pour un matériau parfaitement plastique, l'état de contraintes ne peut sortir de la surface d'écoulement. L'écoulement plastique se produit quand l'état de contraintes est sur la surface d'écoulement et que la charge additionnelle $d\sigma_{ij}$ demeure sur cette surface, donc dans le plan tangent à la surface. Donc, la condition pour que l'écoulement plastique puisse se produire, ou le critère de chargement est:

$$f(\sigma_{ij}) = k \quad \text{et} \quad df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} = 0 \quad (4.6)$$

et le critère de déchargement est:

$$f(\sigma_{ij}) = k \quad \text{et} \quad df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} < 0 \quad (4.7)$$

4.2.2 Tenseur des déformations élastiques

Les incréments de déformations élastiques sont donnés par la loi de Hooke généralisée. Sous une forme contractée:

$$d\epsilon_{ij}^e = C_{ijkl} d\sigma_{kl} \quad (4.8)$$

Pour les matériaux isotropes élastiques, le tenseur des incréments des déformations prend la forme [CHEN, 1982]:

$$d\epsilon_{ij}^e = \frac{1}{9K} dI_1 \delta_{ij} + \frac{1}{2G} ds_{ij} \quad (4.9)$$

où les modules K et G peuvent être exprimés en fonction des invariants du tenseur des contraintes:

$$K = K(I_1) \quad G = G(J_2) \quad (4.10)$$

4.2.3 Tenseur des déformations plastiques

Pour définir le tenseur des déformations plastiques, le concept de potentiel plastique $g(\sigma_{ij})$ est introduit, lequel permet d'écrire les équations d'écoulement plastique sous la forme:

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.11)$$

où $d\lambda$ est un facteur de proportionnalité scalaire positif qui est différent de zéro seulement quand les déformations plastiques apparaissent. L'équation $g(\sigma_{ij}) = \text{constante}$ définit une surface de potentiel plastique dans l'espace des contraintes. Les cosinus directeurs du vecteur normal à cette surface au point σ_{ij} sur la surface sont proportionnels à $\partial g / \partial \sigma_{ij}$. La relation 4.11 implique par conséquent que le vecteur d'écoulement plastique, $d\epsilon_{ij}^p$, est orienté suivant la normale à la surface de potentiel plastique. Dans le cas où la fonction d'écoulement et le potentiel plastique coïncident, c'est-à-dire quand $f = g$:

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.12)$$

et l'écoulement plastique se produit suivant la normale à la surface, $\partial f / \partial \sigma_{ij}$. La relation 4.12 est appelée la règle d'écoulement associée.

4.2.4 Modèles élastiques-parfaitement plastiques pour le béton

La relation contrainte-déformation complète pour le béton est développée en trois parties: (1) avant la plasticité, (2) durant l'écoulement plastique et (3) après la rupture. Avant que la limite élastique ne soit atteinte et après la rupture, le comportement est décrit par une relation contraintes-déformations linéaire élastique. Il reste à ajouter la relation décrivant le comportement durant l'écoulement plastique. Pour ce faire, deux critères doivent être définis: la condition de plasticité, qui marque le début de l'écoulement plastique, et le critère de rupture, qui marque le début de la rupture (par fissuration ou par écrasement). Ces limites étant déterminées, la relation contrainte-déformation incrémentale complète du béton dans le domaine plastique peut être établie.

Les critères de rupture définis en termes des invariants des contraintes peuvent être considérés comme étant la surface d'écoulement parfaitement plastique. La formulation générale des relations contraintes-déformations élastoplastiques du béton peut donc être développée en termes d'un critère général de plasticité associé à une règle d'écoulement. Cette formulation générale prend la forme:

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{dI_1}{9K} \delta_{ij} + \frac{ds_{ij}}{2G} + d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.13)$$

où $d\lambda$ est un facteur qui reste à être déterminé et qui prend la valeur:

$$\begin{aligned} d\lambda &= 0 && \text{tant que } f < k \text{ ou quand } f = k \text{ mais que } df < 0 \\ d\lambda &> 0 && \text{quand } f = k \quad \text{et que} \quad df = 0 \end{aligned} \quad (4.14)$$

En résolvant l'équation (4.13) pour ds_{ij} , le tenseur des incréments de contraintes est déterminé:

$$\begin{aligned} d\sigma_{ij} &= ds_{ij} + 1/3 dI_1 \delta_{ij} \\ &= 2Gd\varepsilon_{ij} - 2Gd\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} + \left(\frac{1}{3} - \frac{2G}{9K} \right) dI_1 \delta_{ij} \end{aligned} \quad (4.15)$$

En prenant l'équation (4.13) avec $i = j$, le terme dI_1 peut être exprimé sous la forme:

$$dI_1 = 3K \left(d\varepsilon_{kk} - d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \delta_{ij} \right) \quad (4.16)$$

et le facteur $d\lambda$ devient:

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\varepsilon_{ij} + \frac{3K - 2G}{6G} d\varepsilon_{kk} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \delta_{ij}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{3K - 2G}{6G} \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \delta_{ij} \right)^2} \quad (4.17)$$

Puisque le facteur $d\lambda$ est un scalaire, si la fonction f est définie et que des incréments de déformations $d\varepsilon_{ij}$ sont imposés, $d\lambda$ est déterminé de façon unique. Si dI_1 de l'équation (4.16) est utilisé dans l'équation (4.15), le tenseur des incréments de contraintes $d\sigma_{ij}$ devient:

$$d\sigma_{ij} = 2Gd\varepsilon_{ij} + Kd\varepsilon_{kk} \delta_{ij} - d\lambda \left[\left(K - \frac{2}{3}G \right) \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \delta_{mn} \delta_{ij} + 2G \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right] \quad (4.18)$$

Ainsi, les incréments de contraintes sont également déterminés de façon unique par la fonction plastique $f(\sigma_{ij})$ et les incréments de déformations $d\varepsilon_{ij}$. Par conséquent, si l'état des contraintes actuel σ_{ij} est connu et que des incréments de déformations $d\varepsilon_{ij}$ sont imposés, l'équation (4.18) permet de déterminer les incréments de contraintes correspondants.

La fonction de plasticité des modèles pour le béton est généralement exprimée en fonction des invariants des contraintes I_1 et J_2 , sous la forme:

$$f(\sigma_{ij}) = f(I_1, \sqrt{J_2}) = k \quad (4.19)$$

Après substitution de la dérivée de cette fonction par rapport au tenseur des contraintes σ_{ij} , l'équation (4.17) devient [CHEN, 1982]:

$$d\sigma_{ij} = 2Gde_{ij} + Kd\varepsilon_{kk}\delta_{ij} - d\lambda \left(3K \frac{\partial f}{\partial I_1} \delta_{ij} + \frac{G}{\sqrt{J_2}} \frac{\partial f}{\partial \sqrt{J_2}} s_{ij} \right) \quad (4.20)$$

où $d\lambda$ prend la forme:

$$d\lambda = \frac{3Kd\varepsilon_{kk} \left(\frac{\partial f}{\partial I_1} \right) + \left(G/\sqrt{J_2} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial \sqrt{J_2}} \right) s_{mn} de_{mn}}{9K \left(\frac{\partial f}{\partial I_1} \right)^2 + G \left(\frac{\partial f}{\partial \sqrt{J_2}} \right)^2} \quad (4.21)$$

La sous-section qui suit présente le développement de ces équations en utilisant la fonction de plasticité introduite par Drucker et Prager.

4.2.5 Fonction de Drucker-Prager

La forme la plus simple de la théorie incrémentale de la plasticité est donnée par le critère de rupture de von Mises, $f = \sqrt{J_2}$. Les relations contraintes-déformations élastiques-parfaitement plastiques dérivées de ce critère et sa règle d'écoulement associée sont connues sous le nom de *matériau de Prandtl-Reuss*.

Le critère de rupture de von Mises a été modifié par DRUCKER *et al.* [1952] pour tenir compte de l'effet de la pression hydrostatique sur la résistance au cisaillement du matériau. Le critère (ou la fonction) de plasticité de Drucker-Prager est défini par:

$$f = \sqrt{J_2} + \alpha I_1 = k \quad (4.22)$$

où α et k sont des constantes positives du matériau. L'équation (4.22) peut être considérée comme une généralisation du critère de Mohr-Coulomb par une surface continue dans l'espace des contraintes. Cette surface de plasticité est un cône circulaire dans l'espace des contraintes principales, avec son axe incliné également par rapport aux axes des coordonnées et son sommet dans l'octant en tension. La figure 4.3 montre une section du critère de Drucker-Prager dans le plan déviatorique et dans le plan π .

Selon les équations (4.20) et (4.21), les relations contraintes-déformations correspondant à la fonction de plasticité sont:

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{ds_{ij}}{2G} + \frac{dI_1}{9K} \delta_{ij} + d\lambda \left(\frac{s_{ij}}{2\sqrt{J_2}} + \alpha \delta_{ij} \right) \quad (4.23)$$

Substituant la fonction de plasticité (4.22) dans les équations (4.20) et (4.21), les relations suivantes pour le tenseur des incréments des contraintes sont obtenues [CHEN, 1982]:

$$d\sigma_{ij} = 2 G de_{ij} + K d\varepsilon_{kk} \delta_{ij} - d\lambda ((G/\sqrt{J_2}) s_{ij} + 3 K \alpha \delta_{ij}) \quad (4.24)$$

avec

$$d\lambda = \frac{(G/\sqrt{J_2}) s_{mn} de_{mn} + 3 K \alpha d\varepsilon_{kk}}{G + 9 K \alpha^2} \quad (4.25)$$

où

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

$$\delta_{ij} = \sigma_{ij} - 1/3 \delta_{ij} \sigma_{kk}$$

$$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - 1/3 \delta_{ij} \varepsilon_{kk}$$

L'équation (4.24) peut être réécrite sous la forme:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijmn} d\varepsilon_{mn} \quad (4.26)$$

et peut être utilisée directement dans une formulation des déplacements par la méthode des éléments finis, où le tenseur C_{ijmn} est égal à:

$$C_{ijmn} = 2 G \delta_{im} \delta_{jn} + (K - 2/3 G) \delta_{ij} \delta_{mn} - \frac{(G/\sqrt{J_2}) s_{ij} + 3 K \alpha \delta_{ij}}{G + 9 K \alpha^2} \left(\frac{G}{\sqrt{J_2}} s_{mn} + 3 K \alpha \delta_{mn} \right) \quad (4.27)$$

et est défini comme la matrice constitutive élastoplastique. Exprimé sous forme matricielle complète, ce tenseur devient [CHEN, 1982]:

$$C_{ijmn} = \begin{bmatrix} K + \frac{4}{3}G & K - \frac{2}{3}G & K - \frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ & K + \frac{4}{3}G & K - \frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ & & K + \frac{4}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ & & & G & 0 & 0 \\ & SYM. & & & G & 0 \\ & & & & & G \end{bmatrix}$$

$$- \frac{1}{G + 9K\alpha^2} \begin{bmatrix} H_1^2 & H_1H_2 & H_1H_3 & H_1H_4 & H_1H_5 & H_1H_6 \\ & H_2^2 & H_2H_3 & H_2H_4 & H_2H_5 & H_2H_6 \\ & & H_3^2 & H_3H_4 & H_3H_5 & H_3H_6 \\ & & & H_4^2 & H_4H_5 & H_4H_6 \\ & SYM. & & & H_5^2 & H_5H_6 \\ & & & & & H_6^2 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

où

$$\begin{aligned} H_1 &= 3K\alpha + \frac{G}{\sqrt{J_2}} s_{11} & H_4 &= \frac{G}{\sqrt{J_2}} s_{12} \\ H_2 &= 3K\alpha + \frac{G}{\sqrt{J_2}} s_{22} & H_5 &= \frac{G}{\sqrt{J_2}} s_{23} \\ H_3 &= 3K\alpha + \frac{G}{\sqrt{J_2}} s_{33} & H_6 &= \frac{G}{\sqrt{J_2}} s_{13} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Tel qu'il a déjà été mentionné, la fonction de Drucker-Prager peut être considérée comme une généralisation du critère de Mohr-Coulomb. Le critère de Mohr-Coulomb, utilisé fréquemment comme critère de rupture pour le béton, relie la contrainte de cisaillement à la rupture, τ , à la cohésion du matériau et à la pression normale à la surface de glissement. Il a la forme suivante:

$$|\tau| = c - \sigma \tan \phi \quad (4.30)$$

où c est la cohésion et ϕ est l'angle de frottement interne.

La surface de Mohr-Coulomb est une pyramide hexagonale irrégulière dans l'espace des contraintes principales. Une section transversale de cette pyramide dans le plan π est montrée à la figure 4.4. Cette surface de rupture présente des coins ou des singularités dans la généralisation en trois dimensions et entraîne certaines difficultés dans l'analyse numérique. Pour des raisons pratiques, une approximation de la surface ayant des singularités par une surface continue est utilisée dans l'analyse élastoplastique par la méthode des éléments finis. Les constantes de

Drucker-Prager, α et k , peuvent être reliées aux constantes de Mohr-Coulomb, c et ϕ , de la manière suivante.

La surface de Drucker-Prager est choisie de telle sorte que son sommet coïncide avec celui de la surface de Mohr-Coulomb, et que le point A ou le point B des deux surfaces coïncide également, tel que montré à la figure 4.5. Le cône circonscrit alors la pyramide hexagonale le long des méridiens en compression (point A) ou en tension (point B), respectivement. Dans le premier cas (méridien en compression), les paramètres α et k sont:

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad k = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (4.31)$$

et dans le second cas (méridien en tension), les paramètres correspondants sont:

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)} \quad k = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)} \quad (4.32)$$

4.3 Méthode des éléments finis

4.3.1 Dérivation de la matrice de rigidité

La méthode des éléments finis est une méthode numérique de solution d'équations différentielles qui consiste à subdiviser le domaine des équations en sous-domaines (ou éléments) et à décrire la solution à l'intérieur de chaque élément par une combinaison de fonctions connues et de paramètres. L'étape principale de toute méthode d'éléments finis est la dérivation de la matrice de rigidité de l'élément, $[k]$, qui relie le vecteur des incréments des déplacements nodaux $\{d\delta\}$ au vecteur des incréments de forces nodales $\{dF\}$. Cette relation est dérivée de manière à satisfaire les conditions suivantes: la compatibilité des déformations et des déplacements, les équations d'équilibre ainsi que les relations constitutives.

Compatibilité des déformations et des déplacements

Le vecteur des incréments des déplacements internes $\{du\}$ à n'importe quel point à l'intérieur de l'élément est exprimé en fonction du vecteur des incréments des déplacements nodaux $\{d\delta\}$ avec les fonctions d'interpolation $[N]$, qui sont développées de manière à approximer les déplacements réels de l'élément dans le continuum.

$$\{du\} = [N] \{d\delta\} \quad (4.33)$$

Les déplacements étant connus à n'importe quel point à l'intérieur de l'élément, le vecteur des incréments des déformations $\{d\epsilon\}$ est obtenu des dérivées de l'équation (4.33). Ceci établit la relation incrémentale déformations-déplacements:

$$\{d\epsilon\} = [B] \{d\delta\} \quad (4.34)$$

dans laquelle la matrice $[B]$ est formée des dérivées des fonctions d'interpolation.

Équations d'équilibre

La relation incrémentale d'équilibre entre le vecteur des incréments des forces nodales $\{dF\}$ et le vecteur des contraintes internes $\{d\sigma\}$ à n'importe quel point est établi directement en appliquant le principe du travail virtuel. Étant données les forces extérieures $\{F\}$ agissant sur un élément, appliquées en charges concentrées aux noeuds, et les contraintes $\{\sigma\}$ à l'intérieur de l'élément, pour que l'équilibre soit respecté lorsqu'une combinaison d'incrément de déplacements nodaux $\{d\bar{\delta}\}$ et de déformations $\{d\bar{\epsilon}\}$ virtuels arbitraires sont imposés, il faut que [CHEN *et al.*, 1988]:

$$\{d\bar{\delta}\}^T \{dF\} = \int_v \{d\bar{\epsilon}\}^T \{d\sigma\} dV \quad (4.35)$$

En utilisant l'équation (4.34), l'équation (4.35) devient:

$$\{d\bar{\delta}\}^T \{dF\} = \{d\bar{\delta}\}^T \int_v [B]^T \{d\sigma\} dV \quad (4.36)$$

Puisque cette équation doit être vérifiée pour n'importe quelle combinaison de déplacements virtuels $\{d\bar{\delta}\}$, il suit que:

$$\{dF\} = \int_v [B]^T \{d\sigma\} dV \quad (4.37)$$

Relations constitutives

Il faut définir la relation constitutive entre le vecteur $\{d\sigma\}$ de l'équation (4.37) et le vecteur $\{d\epsilon\}$ de l'équation (4.34). Pour les problèmes basés sur la théorie de la plasticité, la non-linéarité du matériau est introduite dans une relation contrainte-déformation incrémentale sous la forme:

$$\{d\sigma\} = [C]^{ep} \{d\epsilon\} \quad (4.38)$$

où $[C]^{ep}$ est la matrice de rigidité tangente élasto-plastique correspondant à l'état actuel des contraintes. En substituant l'équation (4.38) dans l'équation (4.37) et en utilisant l'équation (4.34), l'équation suivante est obtenue, pour chaque élément:

$$\{dF\} = \left(\int_v [B]^T [C^{ep}] [B] dV \right) \{d\delta\} \quad (4.39)$$

ou encore: $\{dF\} = [k] \{d\delta\} \quad (4.40)$

où: $[k] = \int_v [B]^T [C^{ep}] [B] dV \quad (4.41)$

Généralement, cette dernière intégrale est évaluée numériquement.

Une fois les matrices élémentaires calculées et transformées de leurs systèmes locaux au système global de coordonnées, la matrice de rigidité globale de la structure $[K]$, qui relie le vecteur des incréments de charges $\{R\}$ au vecteur des incréments des déplacements nodaux $\{d\delta\}$ de la structure entière, est assemblée par l'addition systématique de la rigidité de tous les éléments:

$$\{dR\} = [K] \{d\delta\} \quad (4.42)$$

Le vecteur des incréments de charges nodaux externes $\{dR\}$ étant connu, le vecteur des déplacements nodaux $\{d\delta\}$ est obtenu en solutionnant l'équation (4.42). Puis, les contraintes à l'intérieur de chaque élément sont obtenues de l'équation (4.38), en utilisant l'équation (4.34).

$$\{d\sigma\} = [C]^{ep} [B] \{d\delta\} \quad (4.43)$$

4.3.2 Solution numérique pour l'analyse non linéaire

Il existe un grand nombre de procédés d'intégration numérique d'équations différentielles du premier ordre telles que l'équation (4.42). Toutes sont basées sur la linéarisation des équations non linéaires sur un pas de longueur finie.

Pour l'analyse des problèmes élasto-plastiques non linéaires, la plupart des méthodes utilisées en génie des structures sont basées sur différentes combinaisons de techniques incrémentales et itératives qui permettent un contrôle adéquat de l'erreur numérique. L'approche retenue dans la modélisation présentée au chapitre cinq consiste à utiliser une méthode incrémentale combinée à un processus itératif afin de satisfaire les équations d'équilibre. Selon

cette procédure combinée, le chargement total $\{R\}$ sur la structure est ajouté par incréments, et pour chaque pas de chargement, la matrice de rigidité tangente $[K]_t$ de la relation:

$$\{\Delta R\} = [K]_t \{\Delta \delta\} \quad (4.44)$$

est calculée avec l'équation (4.41). De plus, pour chaque pas de chargement, la force résiduelle $\{\psi(\delta)\}$ est calculée:

$$\{\psi(\delta)\} = \int_v [B]^T \{\sigma\} dV - \{R\} \quad (4.45)$$

L'intégrale de l'équation (4.45) est effectuée sur la structure entière en utilisant la procédure élément-par-élément et les règles d'assemblage habituelles. Ici, le vecteur $\{R\}$ indique le niveau total des forces externes appliquées, et le vecteur $\{\sigma\}$, le niveau de contraintes atteint. Pour tout champ des déplacements et distribution des contraintes incorrect, l'équation (4.45) résulte en un vecteur $\{\psi\} \neq 0$. Ce vecteur résiduel peut être considéré comme les forces nodales additionnelles requises pour amener le champ des déplacements à l'équilibre nodal. Par conséquent, pour chaque incrément de chargement, les itérations sont poursuivies jusqu'à ce que la force résiduelle soit négligeable. À cette fin, la méthode de solution d'équations simultanées non linéaires de Newton-Raphson peut être utilisée et elle permet généralement une convergence rapide [CHEN *et al.*, 1988].

4.4 Procédure numérique par incréments des modèles élasto-plastiques

Cette section présente une procédure numérique incrémentale permettant d'introduire un modèle constitutif élasto-plastique dans un programme de résolution par la méthode des éléments finis. Les quantités d'entrée au début du $(n+1)^{\text{ème}}$ pas sont les composantes des contraintes $\{\sigma\}_n$ obtenues à la fin du $n^{\text{ème}}$ incrément de charges et les composantes des incréments des déformations $\{\Delta \varepsilon\}_{n+1}$ qui sont obtenues de la solution du $(n+1)^{\text{ème}}$ incrément des forces $\{\Delta R\}_{n+1}$ sur la structure:

$$\{\Delta \delta\}_{n+1} = [K]_t^{-1} \{\Delta R\}_{n+1} \quad (4.46)$$

où les valeurs des déplacements nodaux $\{\delta\}_n$ et la matrice de rigidité tangente $[K]_t$ à la fin du $n^{\text{ème}}$ incrément de charges sont aussi connues. Les quantités de sortie sont les nouvelles valeurs des composantes des contraintes:

$$\{\sigma\}_{n+1} = \{\sigma\}_n + \{\Delta \sigma\}_{n+1} \quad (4.47)$$

Les grandes lignes de la procédure suivie pour obtenir l'équation (4.47) sont données ci-dessous. La surface d'écoulement plastique est donnée par:

$$f(\sigma) = 0 \quad (4.48)$$

Avec l'équation constitutive élasto-plastique générale:

$$\{\Delta\sigma\} = ([C]^e - [C]^p)\{\Delta\varepsilon\} = [C]^{ep}\{\Delta\varepsilon\} \quad (4.49)$$

les changements de contraintes $\{\Delta\sigma\}$ qui surviennent au cours d'une itération durant laquelle des changements de déformations connus sont imposés, sont déterminés de façon unique. La première étape de l'algorithme numérique consiste à calculer une combinaison de contraintes élastiques:

$$\{\sigma^e\} = \{\sigma\}_n + [C]^e \{\Delta\varepsilon\}_{n+1} \quad (4.50)$$

Ces contraintes élastiques sont par la suite testées relativement à la surface de chargement (équation 4.48). Si elles respectent la condition de chargement, le comportement du matériau est élastique et les contraintes à la fin du $(n+1)^{\text{ème}}$ incrément de chargement sont:

$$\{\sigma\}_{n+1} = \{\sigma^e\} \quad (4.51)$$

Par contre, si la surface de chargement n'est pas respectée, l'élément subit un chargement plastique. Tel qu'illustré schématiquement à la figure 4.6, l'état de contrainte initial (point A) est élastique puisqu'il satisfait la condition:

$$f(\{\sigma^a\}) = f_0 < 0 \quad (4.52)$$

Le cheminement élastique imposé atteint le point B après avoir traversé la surface de chargement au point C. L'état de contrainte obtenu ne respecte pas la condition donnée par l'équation (4.48):

$$f(\{\sigma^b\}) = f_1 > 0 \quad (4.53)$$

ce qui indique une transistion de l'état élastique à l'état plastique durant ce $(n+1)^{\text{ème}}$ incrément. L'incrément de chargement est alors divisé en deux parties: une portion élastique pour le cheminement AC et une portion plastique après que l'état de contrainte ait atteint le point C. L'état de contrainte au point C est obtenu de:

$$\{\sigma^c\} = \{\sigma^a\} + r \{\Delta\sigma^e\} \quad (4.54)$$

où $r \{\Delta\sigma^e\}$ est la portion de l'incrément de contrainte précédant le début du comportement plastique, c'est-à-dire jusqu'à l'état de contrainte correspondant à la fonction suivante:

$$f(\{\sigma^c\}) = f(\{\sigma^a\} + r \{\Delta\sigma^e\}) = 0 \quad (4.55)$$

Une première approximation de r peut être déterminée par une interpolation linéaire de f [ZIENKIEWICZ *et al.*, 1969]:

$$r_1 = - \frac{f_0}{f_1 - f_0} \quad (4.56)$$

Cependant, à cause de la non-linéarité de la fonction f :

$$f(\{\sigma^a\} + r_1 \{\Delta\sigma^e\}) = f_2 \neq 0 \quad (4.57)$$

Une meilleure estimation de r est donnée par l'équation suivante [NAYAK *et al.*, 1972]:

$$r = r_1 - \frac{f_2}{\{\partial f / \partial \sigma\}^T \{\Delta\sigma^e\}} \quad (4.58)$$

Les contraintes à la fin du $(n+1)^{\text{ème}}$ incrément de chargement sont alors obtenues de:

$$\{\sigma\}_{n+1} = \{\sigma\}_n + r \{\Delta\sigma^e\} + \int_{r\{\Delta\sigma^e\}}^{\{\Delta\sigma\}} [C^{\text{ep}}] \{d\varepsilon\} \quad (4.59)$$

Il existe plusieurs techniques numériques pour exécuter l'intégration de l'équation (4.59). Selon CHEN *et al.* [1988], la méthode de résolution d'équations différentielles de Runge-Kutta d'ordre quatre permet généralement d'atteindre un niveau de précision adéquat avec un nombre d'incrémentes relativement petit.

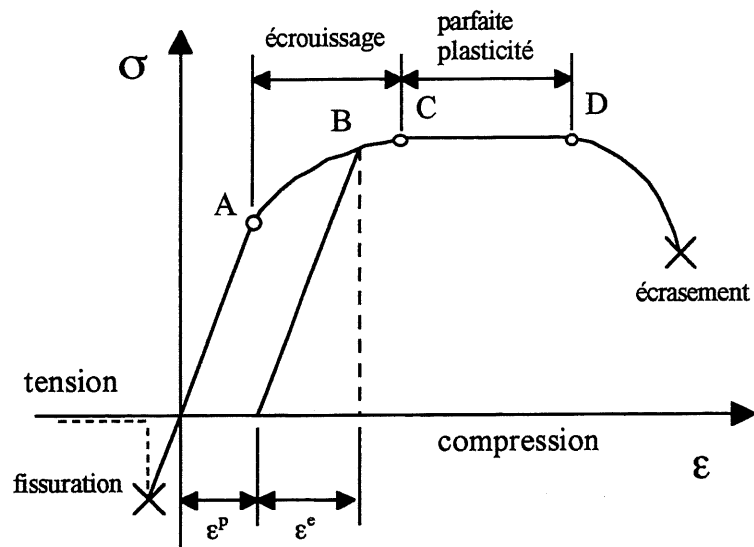


Figure 4.1: Courbe contrainte-déformation uniaxiale typique du béton

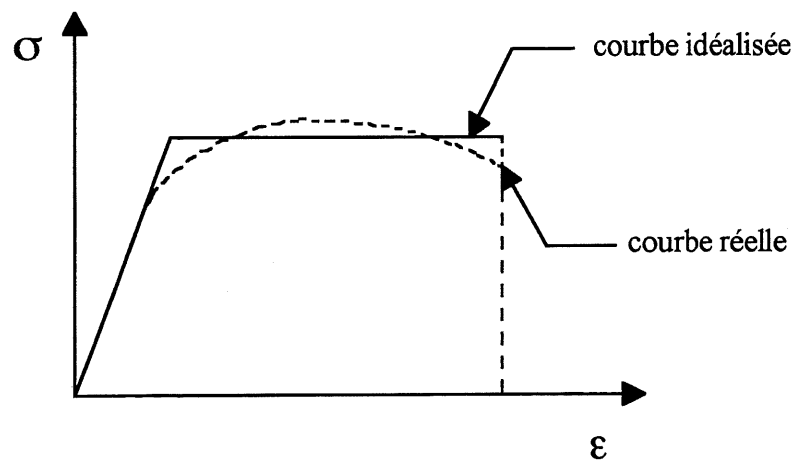


Figure 4.2: Courbe élastique-parfaitement plastique idéalisée du béton en compression triaxiale

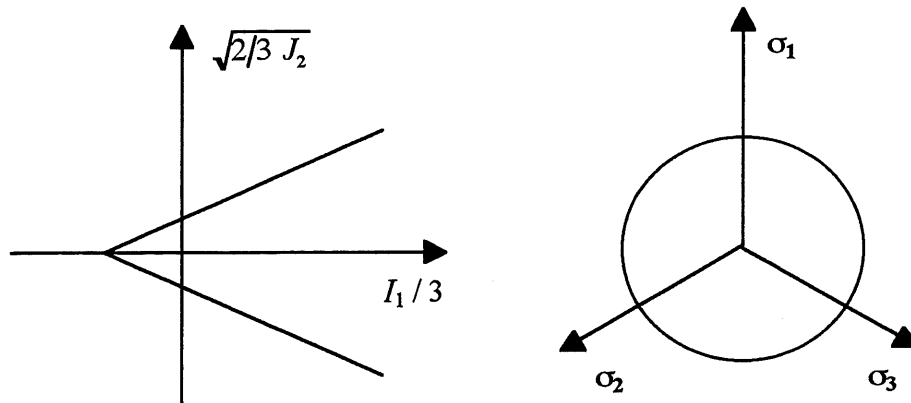


Figure 4.3: Critère de rupture de Drucker-Prager

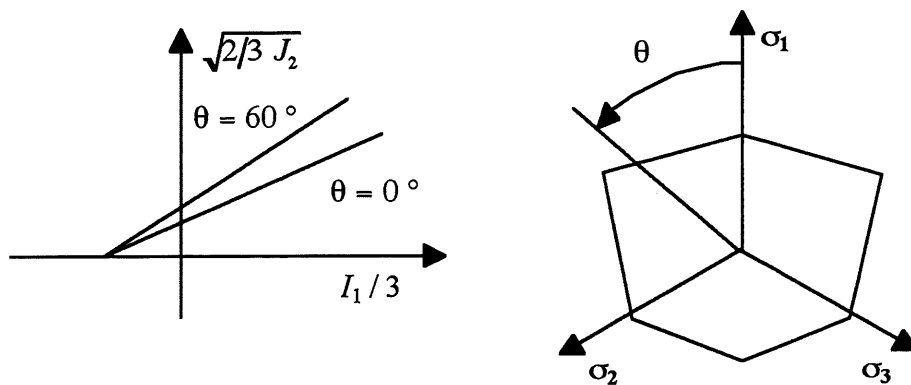


Figure 4.4: Critère de rupture de Mohr-Coulomb

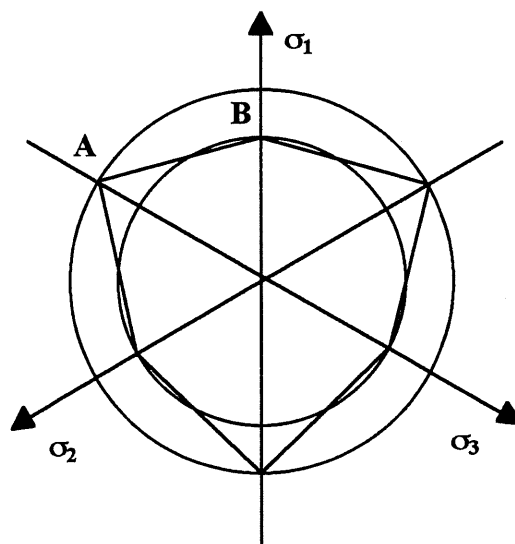


Figure 4.5: Approximation de la surface de rupture de Mohr-Coulomb par le critère de Drucker-Prager

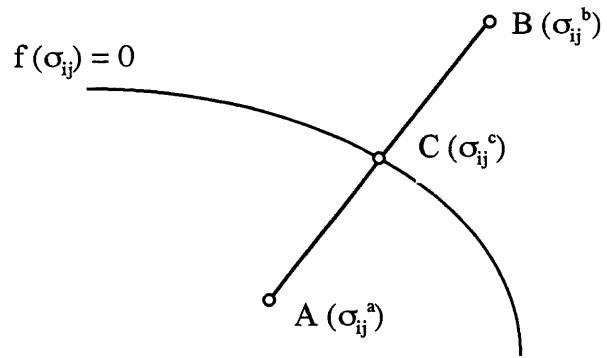


Figure 4.6: Transition d'un état élastique à un état plastique de contrainte

5. APPLICATION DU MODÈLE ÉLASTO-PLASTIQUE AUX COLONNES CONFINÉES

Dans ce chapitre, la formulation élasto-plastique décrite au chapitre 4 est appliquée aux colonnes en béton confinées avec des matériaux composites à l'aide d'un programme d'analyse par la méthode des éléments finis. Ce programme permet de modéliser le comportement des matériaux isotropes dans les domaines élastique et plastique, ainsi que le comportement linéaire élastique des matériaux transversalement isotropes. La première partie du chapitre décrit les principales caractéristiques de la formulation par éléments finis qui est utilisée. La seconde partie propose une application de cette formulation aux colonnes qui ont fait l'objet de l'étude expérimentale présentée au chapitre 3. Les résultats théoriques obtenus de cette modélisation sont comparés aux résultats expérimentaux dans la troisième partie du chapitre.

5.1 Formulation par éléments finis

Les principales étapes d'un modèle basé sur la méthode des éléments finis consistent à: (1) discrétiser le domaine; (2) déterminer les matrices et les vecteurs élémentaires; (3) assembler les matrices élémentaires; (4) imposer les conditions limites et (5) solutionner le système d'équations [AKIN, 1982]. Cette procédure est générale et indépendante du problème à étudier. Cependant, la précision et l'exactitude des résultats obtenus sont fortement influencées par plusieurs facteurs, dont entre autres, le type d'élément choisi, la discrétisation du domaine et les techniques numériques utilisées. La formulation des matrices de rigidité, deuxième étape du processus, a été traitée à la section 4.3.

5.1.1 Élément tridimensionnel à huit noeuds

L'hexaèdre régulier à huit noeuds montré à la figure 5.1 (a) est l'élément tridimensionnel le plus simple. Il a des noeuds aux coins seulement; c'est donc un élément linéaire et ses côtés sont nécessairement rectilignes. C'est également un élément isotrope puisque les mêmes fonctions d'interpolation sont utilisées pour la transformation géométrique et pour l'approximation nodale.

La discrétisation d'un domaine général nécessite habituellement l'utilisation d'un élément hexaèdre irrégulier, tel que montré à la figure 5.1 (b). Pour faciliter la détermination des fonctions d'interpolation d'un tel élément, les coordonnées cartésiennes sont transformées en un système de coordonnées réduites (ou normalisées) qui varient entre -1 et +1. Les opérations mathématiques sont effectuées dans un espace de référence délimité par l'hexaèdre de côtés $\xi = \pm 1$, $\eta = \pm 1$, $\zeta = \pm 1$. Les fonctions d'interpolations $\{N_i\}$ sont établies dans l'espace de référence par:

$$\begin{aligned}
N_1 &= (1/8)(1 + \xi)(1 + \eta)(1 + \zeta) \\
N_2 &= (1/8)(1 - \xi)(1 + \eta)(1 + \zeta) \\
N_3 &= (1/8)(1 - \xi)(1 - \eta)(1 + \zeta) \\
N_4 &= (1/8)(1 + \xi)(1 - \eta)(1 + \zeta) \\
N_5 &= (1/8)(1 + \xi)(1 + \eta)(1 - \zeta) \\
N_6 &= (1/8)(1 - \xi)(1 + \eta)(1 - \zeta) \\
N_7 &= (1/8)(1 - \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta) \\
N_8 &= (1/8)(1 + \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta)
\end{aligned} \tag{5.1}$$

Les points du domaine occupent des positions de coordonnées (x, y, z) par rapport à un repère cartésien. Une transformation géométrique permet une correspondance biunivoque entre les coordonnées cartésiennes et les coordonnées réduites (ξ, η, ζ) de l'espace de référence. Ainsi, les coordonnées (x, y, z) d'un point à l'intérieur de l'élément sont exprimées en fonction des coordonnées cartésiennes des noeuds et des interpolations nodales. La transformation géométrique est définie par:

$$\begin{aligned}
x(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_{i=1}^8 h_i x_i \\
y(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_{i=1}^8 h_i y_i \\
z(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_{i=1}^8 h_i z_i
\end{aligned} \tag{5.2}$$

où x, y, z sont les coordonnées d'un point quelconque de l'élément;
 x_i, y_i, z_i sont les coordonnées du noeud i ;
 $h_i = h_i(\xi, \eta, \zeta)$ sont les fonctions d'interpolations.

Pour les éléments isoparamétriques, les fonctions d'interpolation h_i sont identiques aux fonctions N_i et sont définies par l'équation (5.1).

5.1.2 Assemblage des matrices élémentaires et solution du système d'équations

Le système général d'équations s'écrit sous la forme [AKIN, 1982]:

$$\{R\} = [K] \{\delta\} \tag{5.3}$$

où $\{R\}$ est le vecteur des forces nodales;
 $[K]$ est la matrice de rigidité globale;
 $\{\delta\}$ est le vecteur des déplacements nodaux.

La matrice de rigidité $[K]$ est obtenue de l'assemblage des matrices de rigidité élémentaires $[k]$, qui sont définies par:

$$[k] = \int_V [B]^T [C^{ep}] [B] dV \quad (5.4)$$

Dans cette équation, la matrice $[B]^T$ est la transposée de $[B]$, laquelle est obtenue de:

$$[B] = [J]^{-1} \left[\frac{\partial H}{\partial r} \right] \quad (5.5)$$

où $[J]$ est le Jacobien de la transformation $(\xi, \eta, \zeta) \Leftrightarrow (x, y, z)$:

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

et $[\partial H / \partial r]$ est obtenu de l'application de l'opérateur $(\partial / \partial r)$ à la matrice des fonctions d'interpolation $[H]$:

$(\partial / \partial r)$: dérivation première par rapport aux coordonnées réduites

$$[H] = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 & h_5 & h_6 & h_7 & h_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_1 & h_2 & h_3 & h_4 & h_5 & h_6 & h_7 & h_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_1 & h_2 & h_3 & h_4 & h_5 & h_6 & h_7 & h_8 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

La matrice des constantes élasto-plastiques $[C^{ep}]$ de l'équation (5.4) a été définie au chapitre 4.

Puisque $[B]$ est une fonction de (ξ, η, ζ) , l'intégration de l'équation (5.4) s'effectue dans l'espace des coordonnées réduites. Cette dernière équation devient:

$$[k] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [C]^e [B] |J| d\xi d\eta d\zeta \quad (5.8)$$

où $|J|$ est le déterminant du Jacobien $[J]$.

L'intégrale est évaluée numériquement par une quadrature de Gauss et l'équation (5.8) peut être réécrite sous la forme:

$$\begin{aligned} [k] &= \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} F(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta \\ &= \sum_{i,j,k} \alpha_i \alpha_j \alpha_k F(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) \end{aligned} \quad (5.9)$$

où $\alpha_i, \alpha_j, \alpha_k$ sont des constantes qui dépendent du nombre de points d'intégration utilisés.

Une fois la matrice $[K]$ de l'équation (5.3) assemblée, les conditions aux limites sont imposées et le système est résolu par décomposition de Gauss et substitution inverse. Le vecteur des déplacements nodaux $\{\delta\}$ obtenu permet de calculer les déformations et les contraintes à l'intérieur du domaine.

5.2 Modélisation du comportement des colonnes confinées

La formulation par la méthode des éléments finis décrite ci-dessus permet de modéliser le comportement des colonnes en béton confinées par une enveloppe mince de matériaux composites et soumises à un chargement axial. Dans ce modèle, la section des colonnes est divisée en éléments caractérisant les propriétés du béton et des composites à base de fibres. Les forces de compression sont appliquées aux éléments par l'imposition de déplacements nodaux, en suivant une procédure incrémentale dans laquelle les contraintes à l'intérieur du domaine sont calculées après chaque pas de chargement. Ainsi, il est possible de tracer différentes courbes contrainte-déformation et de mesurer les effets produits par la variation du rayon des coins des colonnes ou de la rigidité du confinement.

5.2.1 Discrétisation du domaine

Puisque le chargement est uniaxial centré et que les plateaux de la presse sont très rigides, il est posé comme hypothèse que les sections transversales de la colonne demeurent planes durant le chargement et que la distribution des contraintes sur ces sections est la même sur toute la hauteur, à l'exception des zones d'extrémités. Cette hypothèse permet de modéliser une seule

tranche horizontale de la colonne. De plus, la section étant doublement symétrique, il est possible de modéliser uniquement le quart de celle-ci (figure 5.2), en imposant adéquatement les conditions aux limites. La section transversale est découpée en petits éléments dont les proportions sont choisies le plus près possible de celles du cube.

La couche d'éléments périphérique modélise le comportement des matériaux composites. Pour ces éléments, les caractéristiques mécaniques introduites dans le modèle sont calculées en tenant compte des propriétés globales du confinement et sont obtenues de la superposition des différentes couches de fibres. Ainsi, le tenseur des constantes de rigidité de l'équation (4.2) est calculé à l'aide des équations (4.3), en utilisant les modules d'élasticité mesurés sur des échantillons uniaxiaux. Les résultats de ces essais ont été présentés au chapitre 3. De plus, des valeurs typiques des coefficients de Poisson et du module de cisaillement de composites carbone-époxyde sont données par TSAI *et al.* [1980].

Les autres éléments modélisent le comportement élasto-plastique du béton, dont le module élastique est déterminé selon l'équation énoncée par CARASQUILLO *et al.* [1981]:

$$E = 3320 \sqrt{f'_c} + 6900 \quad (5.10)$$

De plus, la formulation proposée par DENIAUD [1994] permet de fixer les paramètres α et k du critère de Drucker-Prager:

$$\alpha = \frac{5}{f'_c} \quad (5.11)$$

$$\frac{k}{f'_c} = \frac{1}{\sqrt{3}} - \alpha \quad (5.12)$$

5.2.2 Procédure incrémentale du modèle élasto-plastique

Dans la procédure numérique, le chargement de la section s'effectue progressivement, par l'imposition des déplacements nodaux. Chaque pas de chargement comporte plusieurs étapes durant lesquelles l'état des contraintes de chacun des éléments « béton » est évalué. Ainsi, les matrices constitutives élasto-plastiques élémentaires sont ajustées à plusieurs reprises de manière à ce que le chargement demeure sur la surface d'écoulement.

Les principales étapes de la procédure incrémentale permettant de calculer l'état des contraintes à la fin de chaque pas consistent à:

1. Calculer l'incrément des déformations $\{\Delta \varepsilon\}_{n+1}$ correspondant à l'incrément des déplacements nodaux $\{\Delta \delta\}_{n+1}$;
2. Calculer un incrément de contraintes élastiques $\{\Delta \sigma^e\} = [C^e] \{\Delta \varepsilon\}_{n+1}$ et déterminer $\{\sigma^e\} = \{\sigma\}_n + \{\Delta \sigma^e\}$;
3. Calculer les invariants I_1 et J_2 correspondant à $\{\sigma^e\}$;
4. Déterminer $f(\{\sigma^e\}) = f_1$, selon la formulation de Drucker-Prager ;
5. Si $f_1 \leq 0$, imposer $\{\Delta \sigma^p\} = 0$ et $\{\Delta \sigma^{ep}\} = \{\Delta \sigma^e\}$; omettre les étapes subséquentes ;
6. Si $f_1 > 0$ et $f_0 < 0$, calculer r selon les équations (4.56) à (4.58) ;
7. Si $f_1 > 0$ et $f_0 = 0$, prendre $r = 0$;
8. Calculer $\{\sigma\}_i = \{\sigma\}_n + r \{\Delta \sigma^e\}$ et déterminer m ; répéter les étapes 8.1 à 8.3 m fois ($i = 1, m$) :
 - 8.1 Calculer les invariants pour $\{\sigma\}_i$;
 - 8.2 Calculer $[C^{ep}]_i$ correspondant à $\{\sigma\}_i$;
 - 8.3 Calculer $\{\sigma\}_{i+1} = \{\sigma\}_i + ((1 - r) / m) [C^{ep}]_i \{\Delta \varepsilon\}_{n+1}$;
9. Mettre à jour le vecteur des contraintes en prenant $\{\sigma\}_{n+1} = \{\sigma\}_{m+1}$.

5.2.3 Résultats numériques et analyse

Les figures 5.4 à 5.10 montrent les courbes contrainte-déformation résultant de l'application du modèle élasto-plastique à des colonnes dont la section est représentative des essais décrits au chapitre 3. Étant donné le peu de résultats expérimentaux disponibles pour les colonnes de section rectangulaire, seules les sections carrées sont modélisées. Les paramètres α et k du critère de Drucker-Prager sont choisis en fonction de la résistance à la compression du béton, f'_c , fixée à 35 MPa. Les propriétés mécaniques de l'enveloppe de confinement sont celles de composites à base de fibres de carbone unidirectionnelles. Les différentes courbes superposées permettent d'évaluer les effets produits par la variation du nombre de couches de fibres et du rayon des coins des colonnes. Sur les graphiques, sont tracées en fonction de la contrainte axiale (normalisée par rapport à f'_c) : à droite, la déformation axiale; à gauche, la déformation transversale au milieu de deux faces opposées.

En général, les courbes décrivent assez fidèlement le comportement observé lors des essais. Dans tous les cas, la partie initiale de la courbe des déformations axiales est linéaire et la pente est régie par le module élastique du béton, ce qui indique que l'effet du confinement est négligeable tant que le béton est dans un état de contraintes élastique. Le point d'inflexion survient quand la contrainte axiale atteint f'_c et il est suivi d'une zone de grandes déformations plastiques. Dans tous les cas, la déformation axiale a été imposée par incréments jusqu'à une valeur totale de 2 %. Lors des essais, la déformation des matériaux composites mesurée à la rupture des colonnes variait considérablement d'un essai à l'autre. Il est par conséquent difficile de définir un critère d'arrêt (de rupture) basé sur la déformation ultime du composite. Pour cette raison, les courbes sont toutes tracées jusqu'à une même valeur de la déformation axiale, qui correspond approximativement au maximum atteint au cours des essais.

Effets de la variation de la rigidité du confinement

Les effets produits par la variation du nombre de couches sont illustrés aux figures 5.4 à 5.7, où sont tracées les courbes contrainte-déformation de colonnes carrées de 150 mm de côté dont le rayon des coins est, selon la figure, de 5, 25, 37.5 ou 75 mm. Les trois séries de courbes superposées sur chaque graphique permettent de comparer le comportement de colonnes enveloppées de trois, quatre et cinq couches de fibres.

De l'observation de ces courbes, il apparaît que l'augmentation de résistance résultant de l'ajout d'une couche de fibres est plus importante quand le rayon des coins est plus grand. Pour les quatre sections, l'augmentation de résistance est à peu près la même quand le nombre de couches passe de trois à quatre qu'en passant de quatre à cinq. Dans le cas de la section avec des coins de 5 mm de rayon, l'allure des courbes ne décrit pas adéquatement la progression des contraintes mesurées lors des essais. En effet, il a été démontré que le comportement post-pic des colonnes avec des coins non arrondis est adoucissant. Le modèle élastique-parfaitement plastique ne pouvant simuler une baisse des contraintes, il se prête mal à l'analyse d'éléments ayant un tel comportement.

Effets de la variation du rayon des coins

Les figures 5.8 à 5.10 illustrent les effets produits par la variation du rayon des coins des colonnes. Les courbes des figures 5.4 à 5.7 y sont reportées mais sont présentées dans un ordre différent. Sur chaque graphique, le nombre de couches est constant et les quatre courbes superposées sont celles de colonnes dont les coins ont un rayon de 5, 25, 37.5 et 75 mm. Sur les trois figures, la déformation transversale (ou radiale) des cylindres augmente moins rapidement que la déformation transversale des deux autres sections, ce qui est le reflet d'une pression de confinement plus forte. Par contre, dans le cas des colonnes de section carrée, la déformation transversale correspondant à une valeur donnée de la déformation axiale est identique pour les

deux sections (R25 et R38), alors qu'elle devrait, selon les résultats des essais expérimentaux, être inférieure pour la section avec des coins de 37.5 mm de rayon.

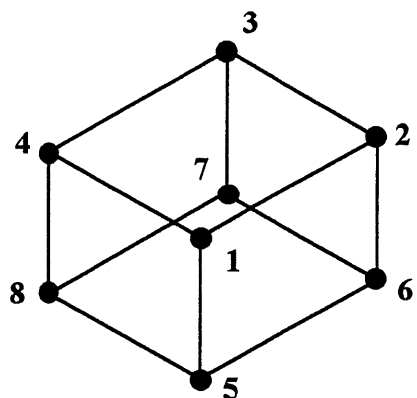
Les colonnes de section rectangulaire n'ont pas été modélisées parce que les résultats des essais expérimentaux obtenus de telles sections ne peuvent être reproduits adéquatement avec le modèle. En effet, aucun des échantillons rectangulaires testés n'a été confiné assez fortement pour que son comportement post-pic soit raidissant.

5.2.4 Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques

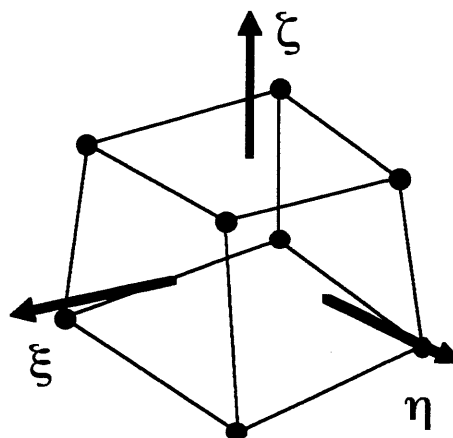
Dans cette sous-section, quelques résultats théoriques obtenus de la modélisation sont comparés aux résultats expérimentaux. Les figures 5.11 à 5.14 montrent les courbes contrainte-déformation de quatre colonnes d'une même série, dont les caractéristiques ont été présentées au chapitre 3. La résistance à la compression du béton non confiné, f'_c , est de 35.8 MPa; le rayon des coins est de 25 ou 38 mm et l'enveloppe de confinement est composée de quatre ou cinq couche de composites renforcés de fibres de carbone. Il s'agit donc de colonnes fortement confinées. Ces échantillons ont été choisis pour les comparaisons parce que le modèle donne de meilleurs résultats quand la pression de confinement est élevée. Sur les graphiques, les déformations axiale et transversale sont tracées en fonction de la contrainte axiale. Le trait discontinu montre les résultats expérimentaux et le trait continu, les résultats numériques.

Pour les colonnes 3B et 3C (rayon de 25 mm), les courbes contrainte-déformation axiales expérimentales et théoriques sont très proches l'une de l'autre, mais les déformations transversales sont sous-estimées. Les courbes contrainte-déformation axiales sont un peu plus éloignées dans le cas des colonnes 3D et 3E (rayon de 38 mm), et les déformations transversales sont surestimées.

Il serait possible d'obtenir de meilleurs résultats dans la zone élastique en faisant varier le module élastique E et le coefficient de Poisson ν du béton durant le chargement, pour obtenir une courbe non linéaire. De plus, en utilisant une formulation à plusieurs paramètres pour décrire le comportement plastique du béton, telle qu'un modèle pour matériaux écrouissables, la transition entre l'état élastique et l'état plastique des contraintes pourrait être définie de façon à représenter plus adéquatement le comportement réel du béton. Un modèle de plasticité à plusieurs paramètres permettrait également de définir une surface de chargement continue unique passant par les méridiens en compression et en tension du critère de Mohr-Coulomb, plutôt que deux surfaces distinctes, comme c'est le cas avec la fonction de Drucker-Prager. Ainsi, la formulation élasto-plastique pourrait tenir compte de l'angle de similarité, θ , qui varie en fonction de l'état des contraintes.



(a)



(b)

Figure 5.1: Élément tridimensionnel à huit noeuds: (a) hexaèdre régulier; (b) hexaèdre irrégulier vu dans l'espace des coordonnées réduites

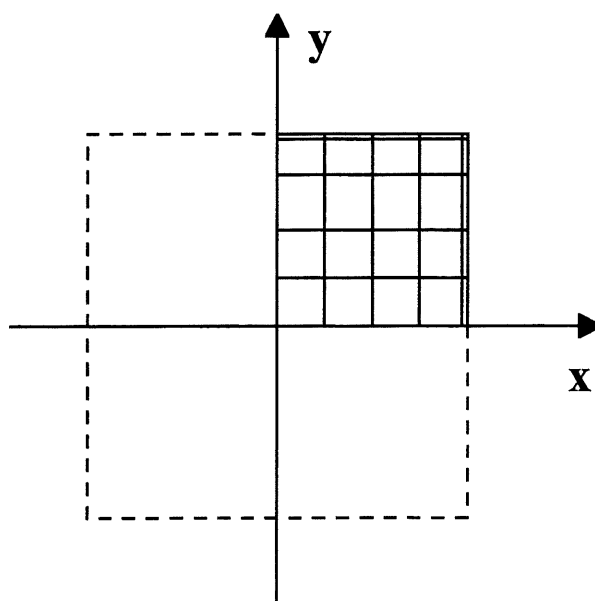
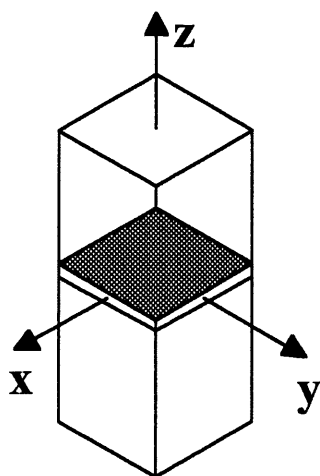


Figure 5.2: Modélisation de la section transversale d'une colonne

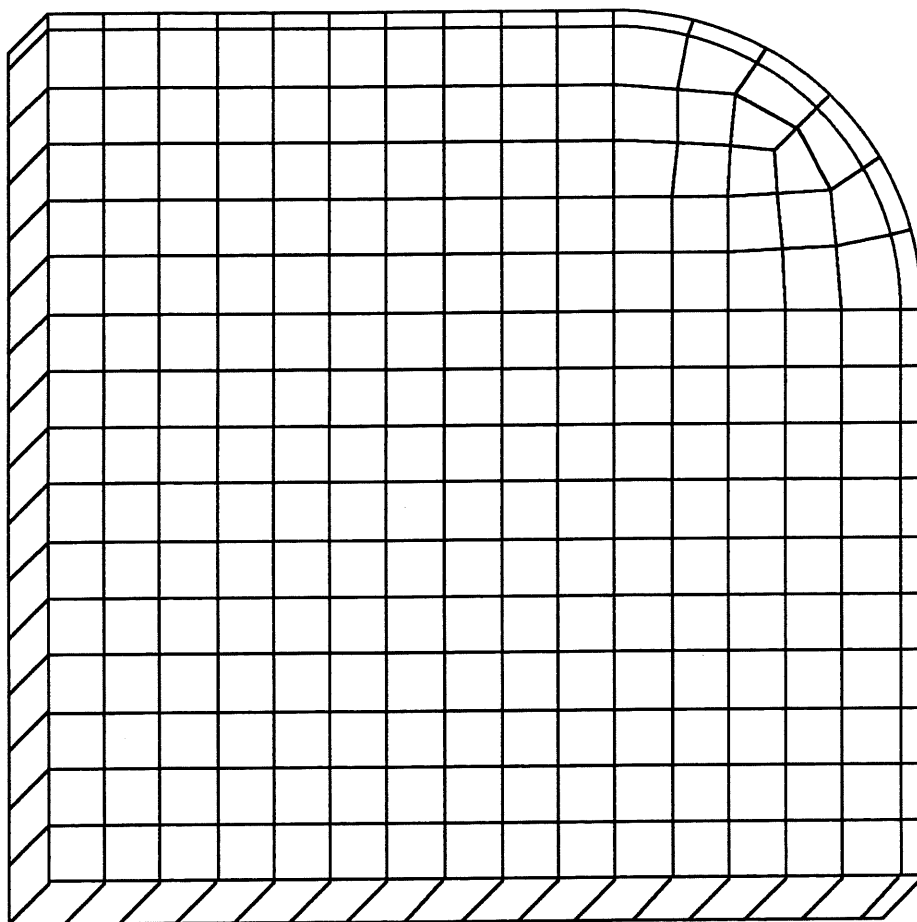


Figure 5.3: Maillage typique permettant de discrétiser la section d'une colonne carrée

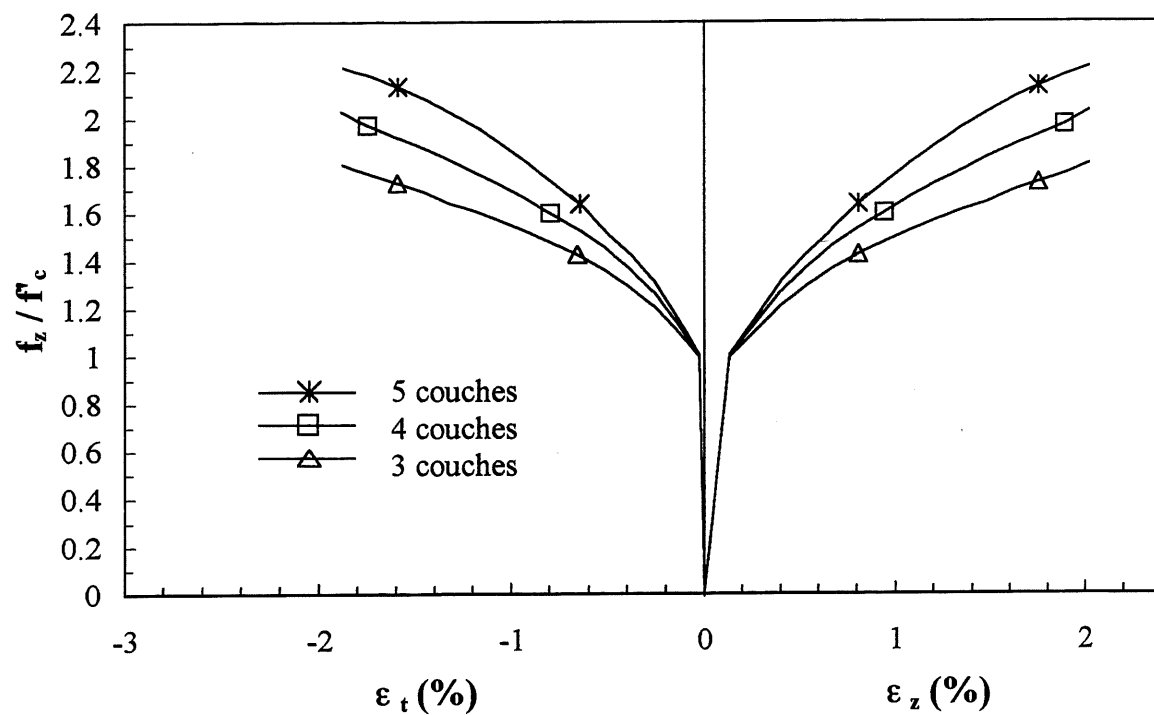


Figure 5.4: Variation du nombre de couches (cylindre de 150 mm de diamètre)

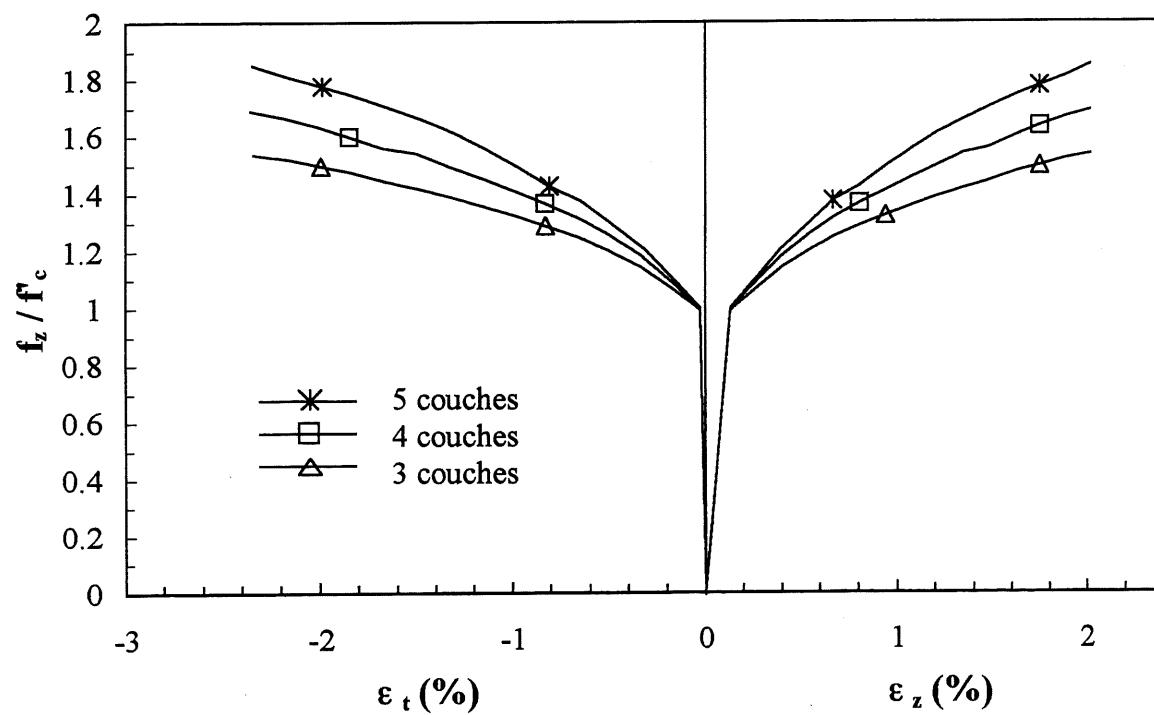


Figure 5.5: Variation du nombre de couches (colonne carrée, $R=38$ mm)

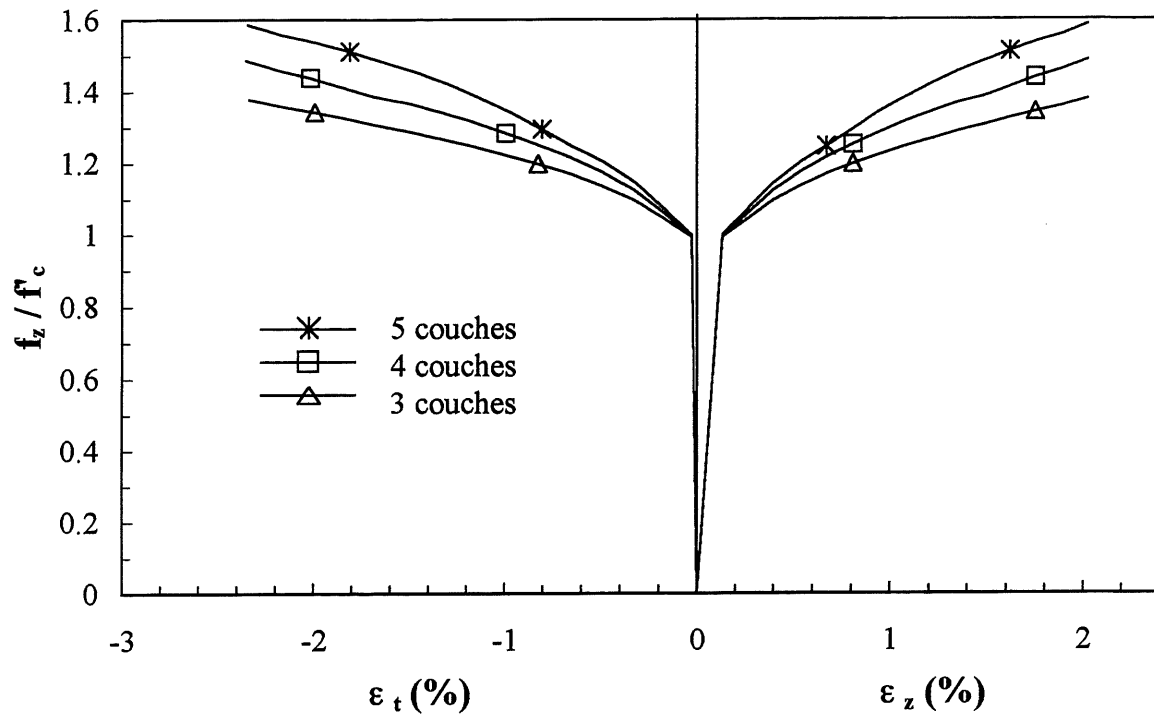


Figure 5.6: Variation du nombre de couches (colonne carrée, R=25 mm)

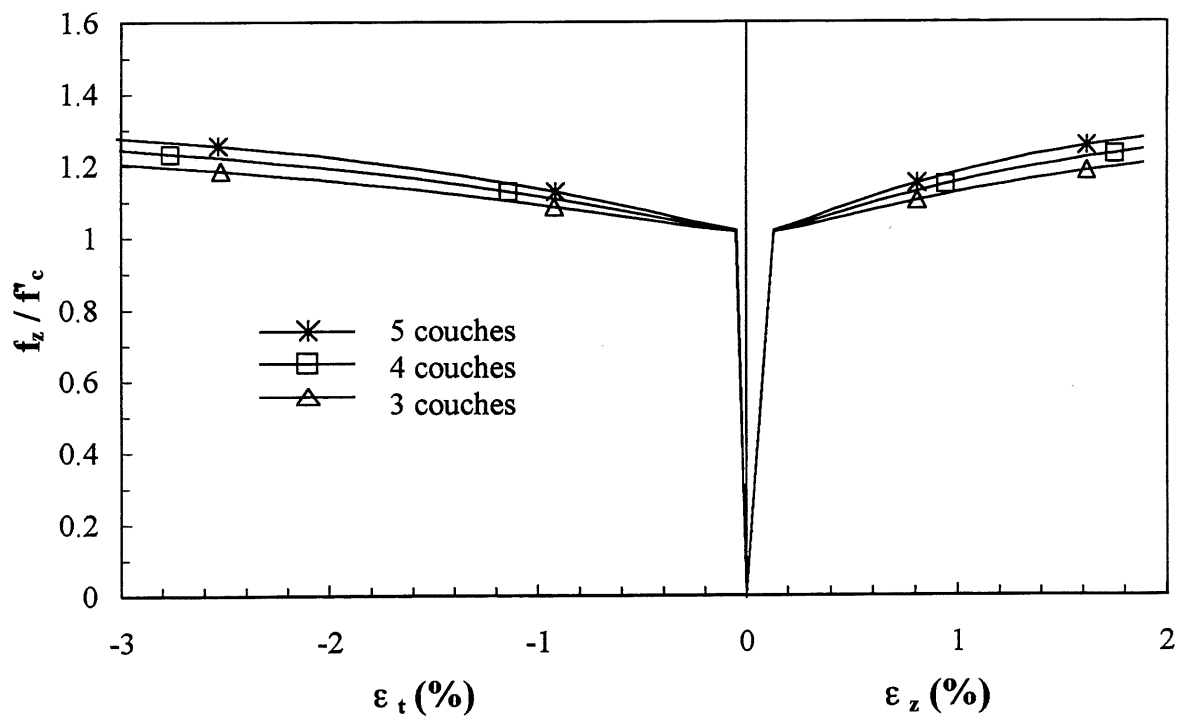


Figure 5.7: Variation du nombre de couches (colonne carrée, R=5 mm)

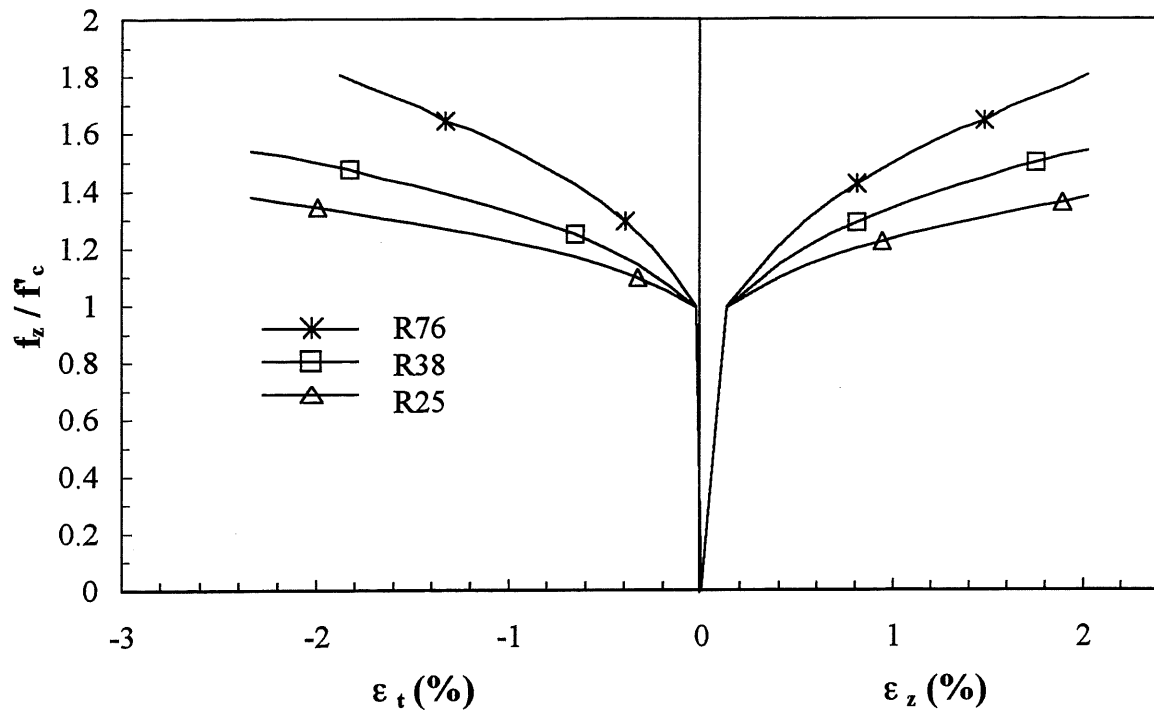


Figure 5.8: Variation du rayon des coins de la colonne (3 couches)

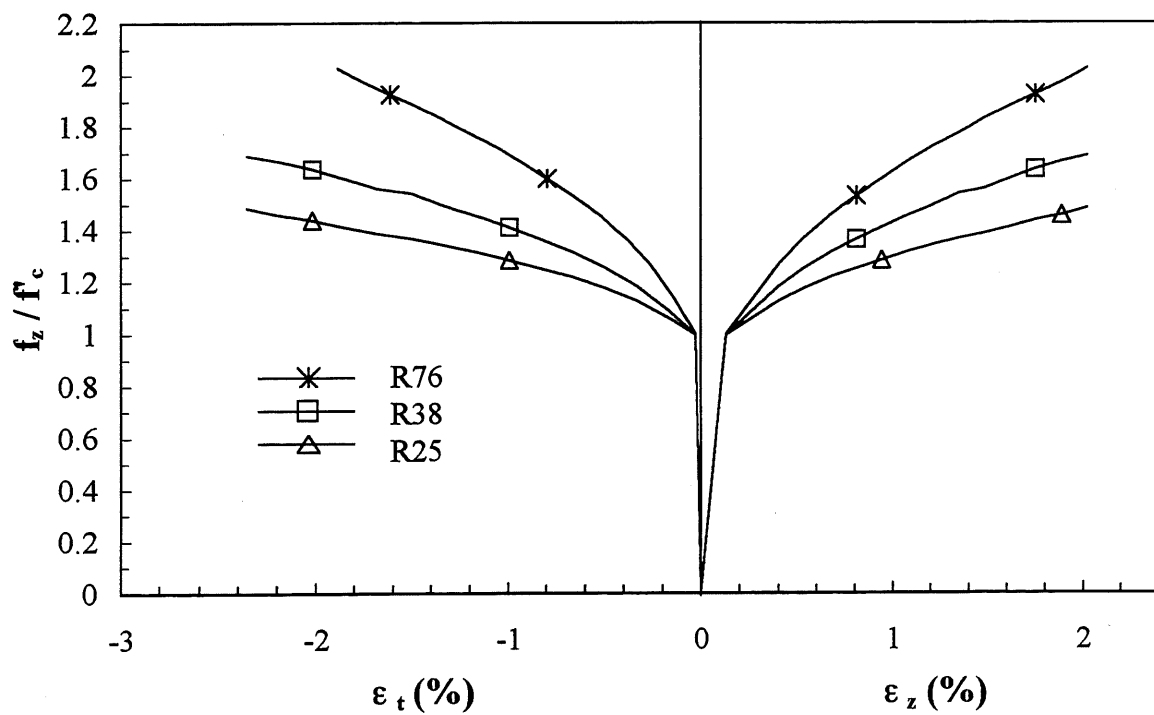


Figure 5.9: Variation du rayon des coins de la colonne (4 couches)

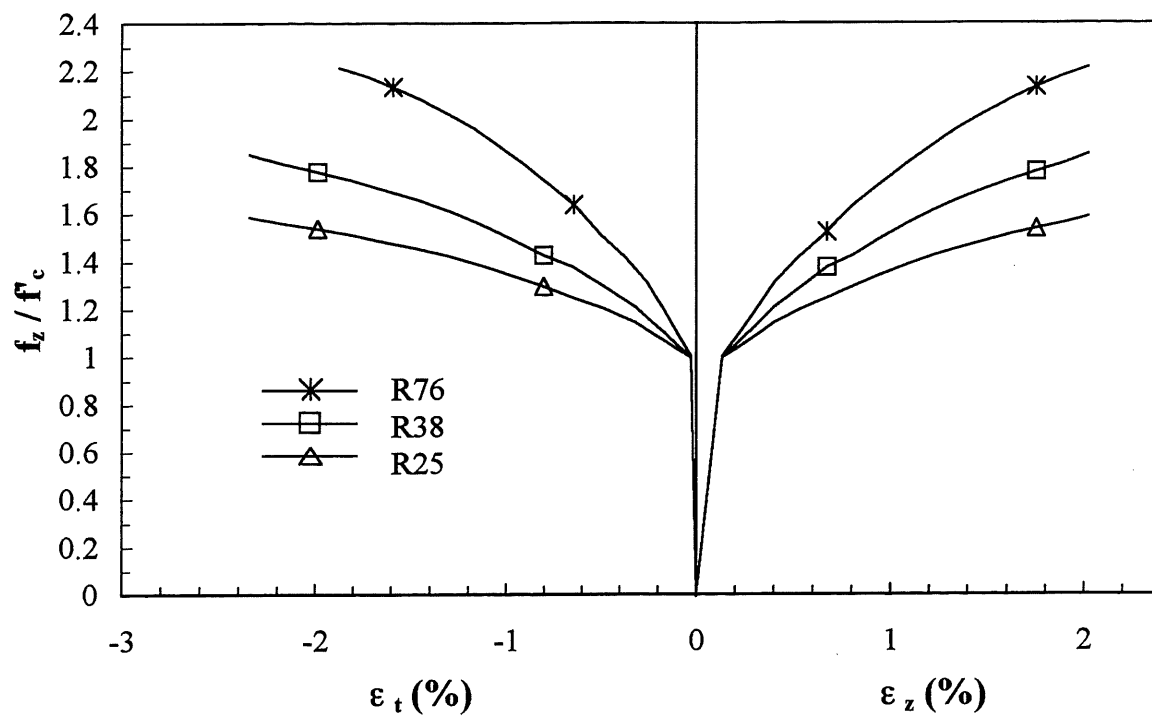


Figure 5.10: Variation du rayon des coins de la colonne (5 couches)

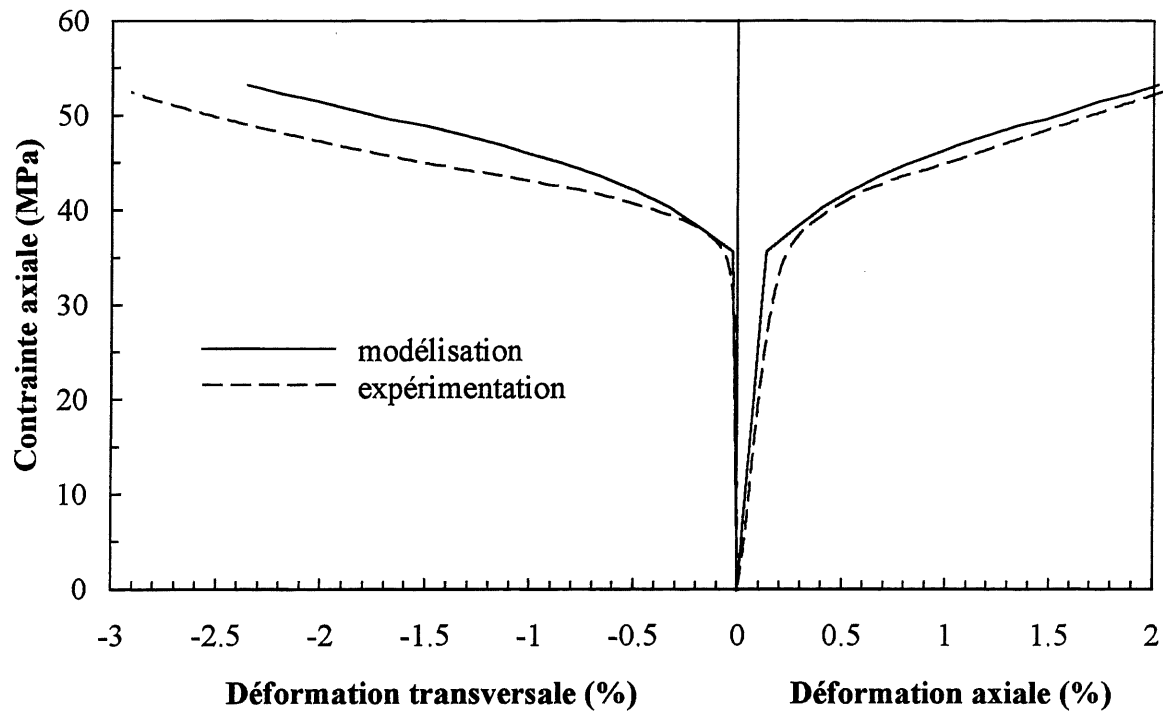


Figure 5.11: Comparaison des courbes théoriques et expérimentales, colonne 3B

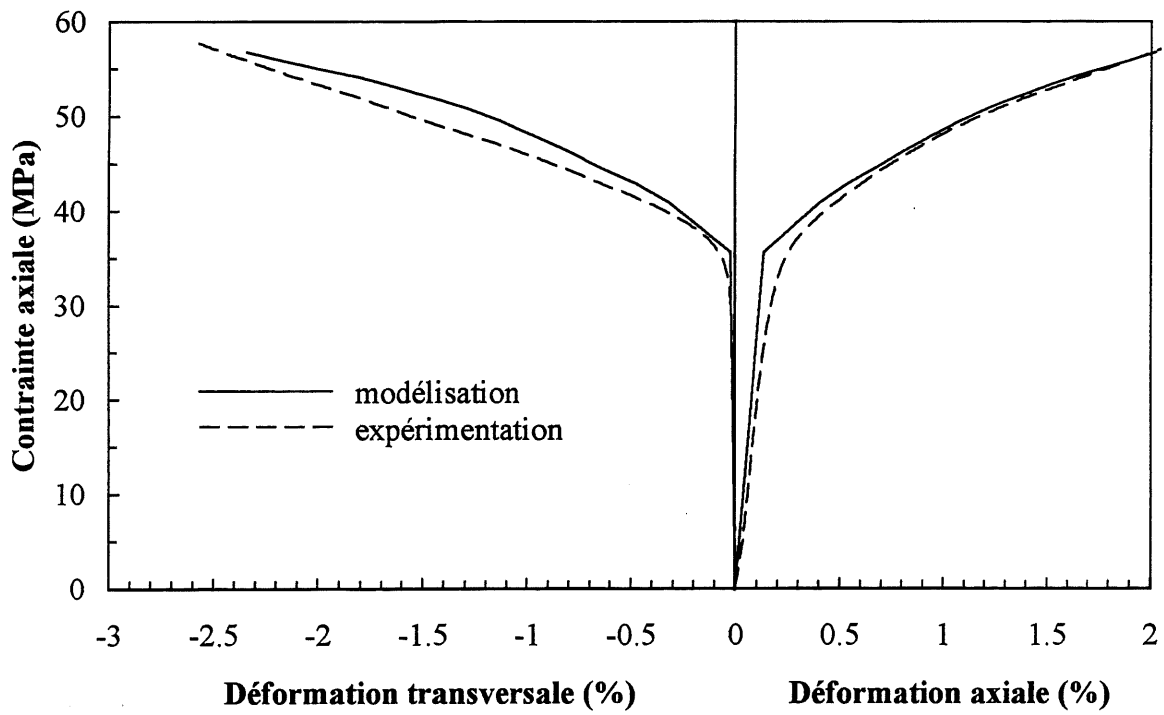


Figure 5.12: Comparaison des courbes théoriques et expérimentales, colonne 3C

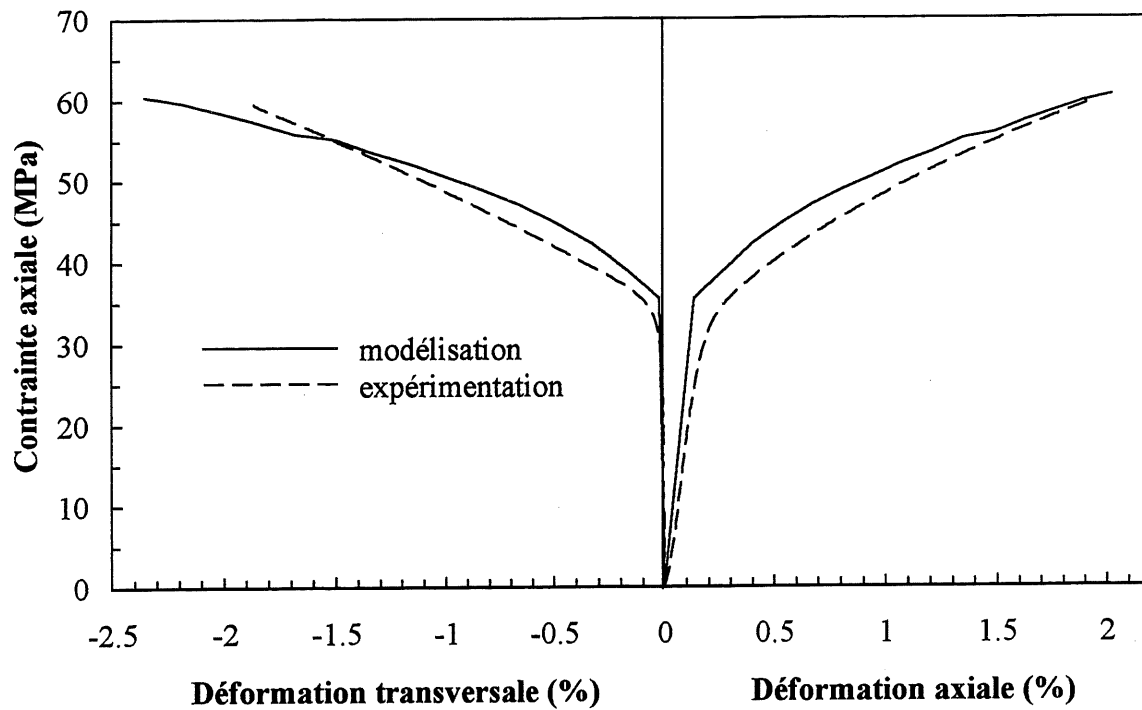


Figure 5.13: Comparaison des courbes théoriques et expérimentales, colonne 3D

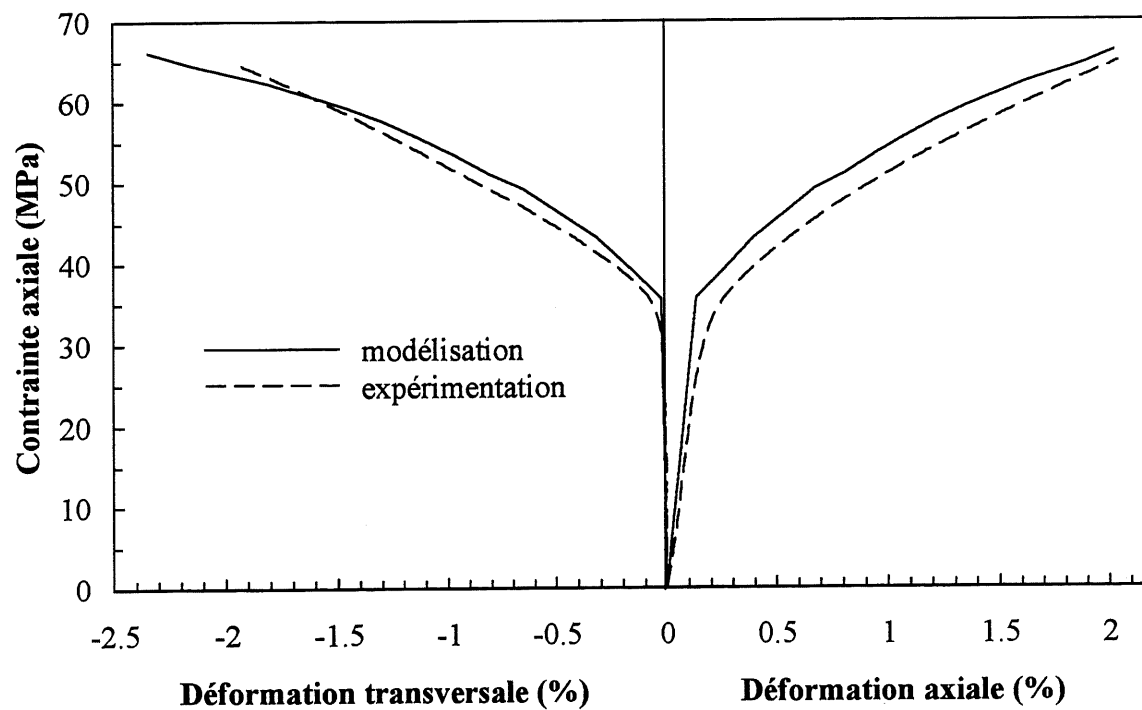


Figure 5.14: Comparaison des courbes théoriques et expérimentales, colonne 3E

CONCLUSION

Au Canada comme ailleurs dans le monde, une grande partie des infrastructures de transport ont atteint la fin de leur durée de vie utile, principalement en raison des conditions d'utilisation sévères qui ont provoqué leur vieillissement prématuré. Des études ont montré l'urgence de développer des techniques de réhabilitation permettant de redonner aux structures telles que les ponts et les viaducs, les capacités structurales nécessaires pour résister aux sollicitations auxquelles elles sont soumises. Parmi les techniques envisagées, certaines, utilisant des matériaux composites d'avant-garde, sont très prometteuses. L'une de ces méthodes consiste à restaurer ou à augmenter la capacité portante de colonnes en béton armé par l'application d'un confinement, réalisé par l'enroulement et le collage d'une enveloppe de matériaux composites. Plusieurs travaux de recherche ont déjà démontré le potentiel de cette approche pour la réhabilitation de colonnes circulaires.

Le projet de recherche qui a été présenté dans ce mémoire a porté sur l'étude du comportement de colonnes courtes en béton, de section carrée ou rectangulaire, confinées par une enveloppe mince de composites à base de fibres de carbone et d'aramide. Une série d'essais de laboratoire a été réalisée pour mesurer les effets produits par la variation de la rigidité du confinement et par le fait d'arrondir les coins des colonnes. De plus, une procédure numérique par la méthode des éléments finis, utilisant une fonction élasto-plastique pour décrire le comportement du béton confiné, a été développée. Cette formulation mathématique a permis de modéliser de façon satisfaisante le comportement des colonnes.

Les essais expérimentaux ont montré que:

- L'augmentation du rayon des coins entraîne une augmentation de la déformation axiale ultime et de la résistance ainsi qu'une diminution des déformations latérales. En général, l'augmentation du nombre de couches a le même effet, mais à un niveau inférieur.
- Peu importe la section de la colonne, le confinement entraîne une augmentation appréciable de la déformation axiale à la rupture. Cependant, dans le cas des colonnes dont les coins ne sont pas arrondis, la déformation plastique se produit à un niveau de contrainte inférieur à f'_c . Pour que le comportement post-pic soit raidissant (contrainte supérieure à f'_c), les coins doivent être arrondis. Les échantillons avec des coins arrondis (25 et 38 mm de rayon), confinés avec des fibres de carbone, ont tous montré, dans la zone plastique, une courbe contrainte-déformation axiale de pente positive. Pour la configuration la plus efficace (rayon de 38 mm et cinq couches de fibres), la résistance ultime a atteint $1.9 f'_c$.

- Les essais sur des colonnes enveloppées de fibres d'aramide ont montré que les fibres orientées dans l'axe de la colonne augmentent sa résistance de façon non négligeable. Cependant, un matériau tissé n'est pas approprié comme confinement, à cause de sa rigidité initiale plus faible, qui provoque une baisse de résistance au début de la zone de déformation plastique du béton.
- La rupture des colonnes survient lorsque l'enveloppe de confinement cède. Dans presque tous les cas, cette rupture survient sur un coin, exactement à la fin de l'arrondi. La déformation du composite à la rupture est généralement faible (moins de 1 %) à cause du poinçonnement des fibres; elle est évidemment plus importante quand le rayon des coins est plus grand.

Les résultats obtenus par la formulation mathématique, développée pour modéliser le comportement des colonnes confinées, ont permis de tirer les observations suivantes:

- Une procédure numérique incrémentale par la méthode des éléments finis, dans laquelle le comportement du béton confiné est modélisé par une fonction élastique-parfaitement plastique, peut décrire adéquatement le comportement sous charge axiale centrée des colonnes carrées confinées avec des matériaux composites. Cependant, pour que le modèle soit valide, la pression de confinement exercée par le composite doit être suffisamment élevée pour que le comportement post-pic du béton soit raidissant.
- Le modèle numérique reproduit de façon appropriée les effets de la variation de la section et de la rigidité du confinement.
- Les courbes contrainte-déformation obtenues avec le modèle mathématique ont été comparées à celles de quelques essais expérimentaux. Pour que les courbes concordent bien, il faut que les paramètres du modèle soient calibrés à partir des résultats des essais. Le modèle ne peut cependant prédire la rupture de la colonne, en raison du manque de données disponibles sur la déformation ultime des composites.

Le modèle pourrait être amélioré par l'utilisation d'une formulation élasto-plastique plus complexe pour décrire le comportement du béton. Il pourrait également être modifié pour analyser des colonnes soumises à diverses combinaisons de charges axiales et latérales ou à des chargements cycliques. Enfin, l'utilisation d'un tel modèle pour prédire le comportement de structures réelles nécessiterait que les paramètres soient calibrés à partir d'essais planifiés selon une méthode statistique appropriée.

BIBLIOGRAPHIE

- AKIN, J.E. (1982) Application and Implementation of Finite Element Methods, Academic Press, New-York, 372 p.
- ASTM-D3039-M89, Standard Test Method for Tensile Properties of Fiber-Reinforced Composites, *Annual Book of ASTM Standards*, 144–148.
- AWERBUCH, J. (1985) Introduction to Laminate Plate Theory, Lancaster, Technomic Publishing Company.
- BALMER, G. (1952) A General Analytic Solution for Mohr's Envelope, *Proceedings, ASTM*, **52**, 1260–1271.
- BICKLEY, J.A., NEALE, K.W. et FABBRUZZO, G. (1993) *Market Potential and Identification of Suppliers of Advanced Industrial Materials for Construction of Bridges and Other Structures*, Industrie, Science et Technologie Canada, 89 p.
- CARASQUILLO, R.L., NILSON, A.H. et SLATE, F.O. (1981) Properties of High Strength Concrete Subject to Short-Term Loads, *American Concrete Institute Journal*, **78**, 171–178.
- CHAI, Y.H., PRIESTLEY, M.J.N. et SEIBLE, F. (1991) Seismic Retrofit of Circular Bridge Columns for Enhanced Flexural Performance, *American Concrete Institute Structural Journal*, **88**(5), 572–584.
- CHEN, W.F. (1982) Plasticity in Reinforced Concrete, New-York, McGraw-Hill, 474 p.
- CHEN, W.F. et HAN, D.J. (1988) Plasticity for Structural Engineers, Springer-Verlag, New-York, 606 p.
- CUSSON, D. et PAULTRE, P. (1994) High-Strength Concrete Columns Confined by Rectangular Ties, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **120**(ST3), 783–804.
- DEMERS, M. (1994) Détermination des paramètres influençant le comportement des colonnes en béton confinées par une enveloppe mince de composites d'avant-garde, *Mémoire de maîtrise ès sciences appliquées*, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, 98 p.
- DEMERS, M., et NEALE, K.W. (1994) Strengthening of Concrete Columns with Unidirectional Composite Sheets, *4th International Conference on Short and Medium Span Bridges*, CSCE, Halifax, Nouvelle-Écosse, 895–905.

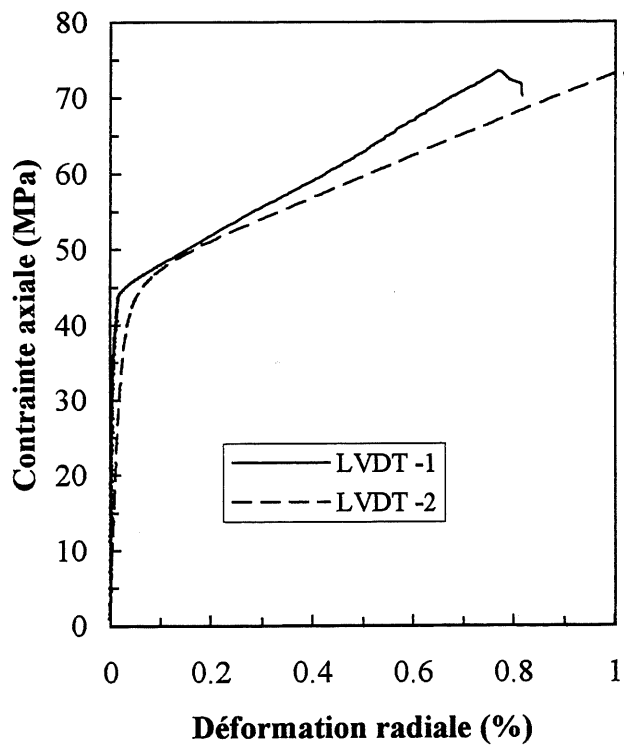
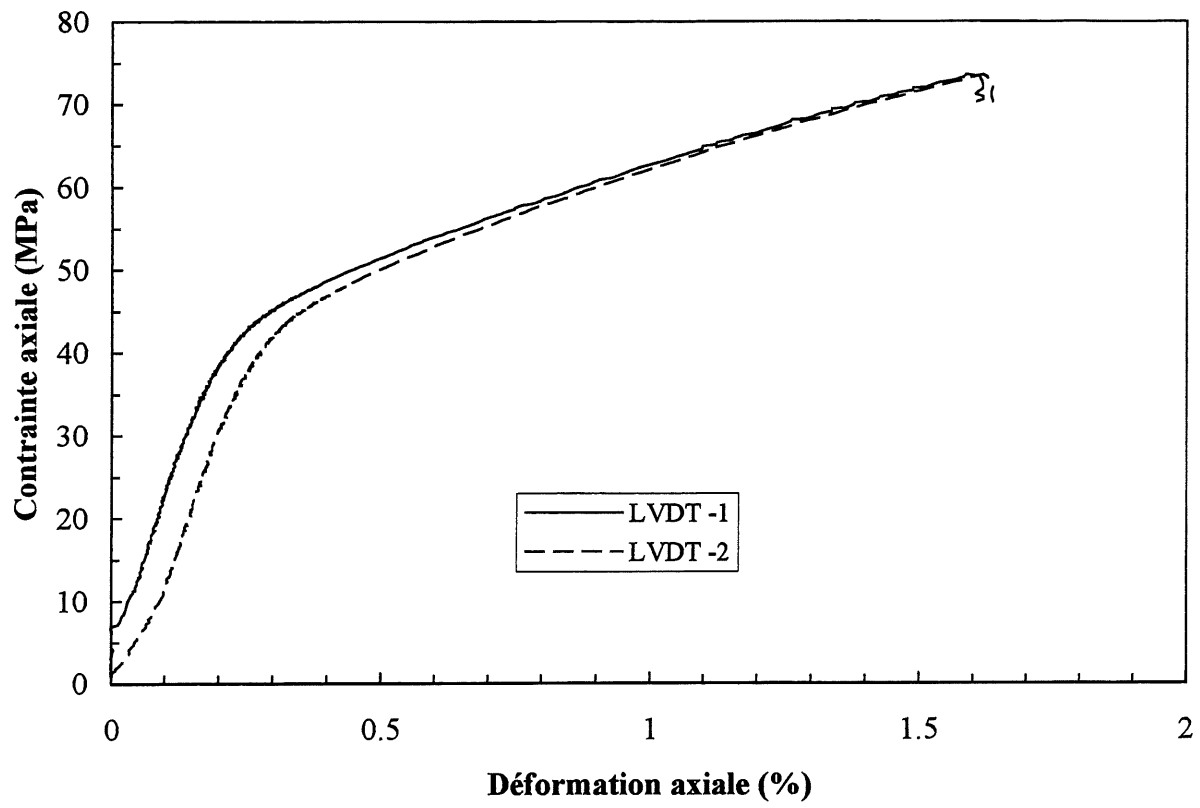
- DENIAUD, C. (1994) Étude des modélisations du comportement des colonnes en béton confinées par une enveloppe mince de fibres unidirectionnelles en composite, *Mémoire de maîtrise ès sciences appliquées*, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, 83 p.
- DRUCKER, D.C. et PRAGER, W. (1952) Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design, *Quarterly of Applied Mathematics*, **10**, 157–165.
- GARDNER, N. (1969) Triaxial Behaviour of Concrete, *Proceedings ACI*, **66**(2), 136–146.
- HARMON, T.G. et SLATTERY, K.T. (1992) Advanced Composite Confinement of Concrete, *Matériaux composites d'avant-garde pour ponts et charpentes*, K.W. Neale et P. Labossière, éditeurs, Société canadienne de génie civil, 299–306.
- KATSUMATA, H. *et al.* (1990) Application of Retrofit Methods with Carbon Fiber for Existing Reinforced Concrete Structures, *The 22nd Joint UJNR Panel Meeting on Repair and Retrofit of Existing Structures*, US-Japan Workshop, 28 p.
- LABOSSIÈRE, P. (1993) *Applications présentes et futures des matériaux composites d'avant-garde en structures*, Réseau MCAPC du Canada, Société canadienne de génie civil, 43 p.
- LAHLOU, K. (1995) Comportement des colonnes courtes en béton à hautes performances confiné dans des tubes circulaires en acier soumises à des efforts de compression, *Thèse de doctorat ès sciences appliquées*, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, 215 p.
- LAUNAY, P. et GACHON, H. (1971) Strain and Ultimate Strength of Concrete Under Triaxial Stress, First International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Germany, Article H1/3.
- MANDER, J.B., PRIESTLEY, M.J.N. et PARK, R. (1988) Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete, *Journal of Structural Engineering*, **114**(8), 1804–1826.
- MILLS, L.L. et ZIMMERMAN, R.M. (1970) Compressive Strength of Plain Concrete Under Multiaxial Loading Conditions, *Proceedings ACI*, **67**(10), 802–807.
- NANNI, A., NORRIS, M.S. et BRADFORD, N.M. (1993) Lateral Confinement of Concrete Using FRP Reinforcement, *Fiber-Reinforced-Plastic Reinforcement for Concrete Structures*, A. Nanni et W. Dolan, éditeurs, American Concrete Institute, 193–209.
- NAYAK, G.C. et ZIENKIEWICZ, O.C. (1972) Convenient Form of Stress Invariants for Plasticity, *Journal of the Structural Division*, ASCE, **98**(ST4), 949–953.
- PALANISWAMY, R. et SHAH, S.P. (1974) Fracture and Stress-Strain Relation of Concrete Under Triaxial Compression, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **100**(ST5), 901–916.

- PICHER, F. (1995) Confinement de cylindres en béton par des composites carbone-époxy unidirectionnels, *Mémoire de maîtrise ès sciences appliquées*, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, 107 p.
- PRIESTLEY, M.J.N., SEIBLE, F. et FYFE, E. (1992) Column Seismic Retrofit Using Fiber-Glass/Epoxy Jackets, *Matériaux composites d'avant-garde pour ponts et charpentes*, K.W. Neale et P. Labossière, éditeurs, Société canadienne de génie civil, 287–298.
- RICHART, F.E., BRANDTZAEG, A. et BROWN, R.L. (1928) A Study of the Failure of Concrete Under Combined Compressive Stresses, Bulletin 185, University of Illinois, Urbana, 22(12).
- SINTEF (1989) *High Strength Concrete: State-of-the-Art*, SINTEF Report n° STF65 A89003, Trondheim, 139 p.
- TSAL, S.T. et HAHN, H.T. (1980) Introduction to Composite Materials, Lancaster, Technomic Publishing Company, 453 p.
- ZIENKIEWICZ, O.C., VALLIAPPAN, S. et KING, I.P. (1969) Elasto-Plastic Solutions of Engineering Problems; Initial Stress Finite Element Approach, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 75–100.

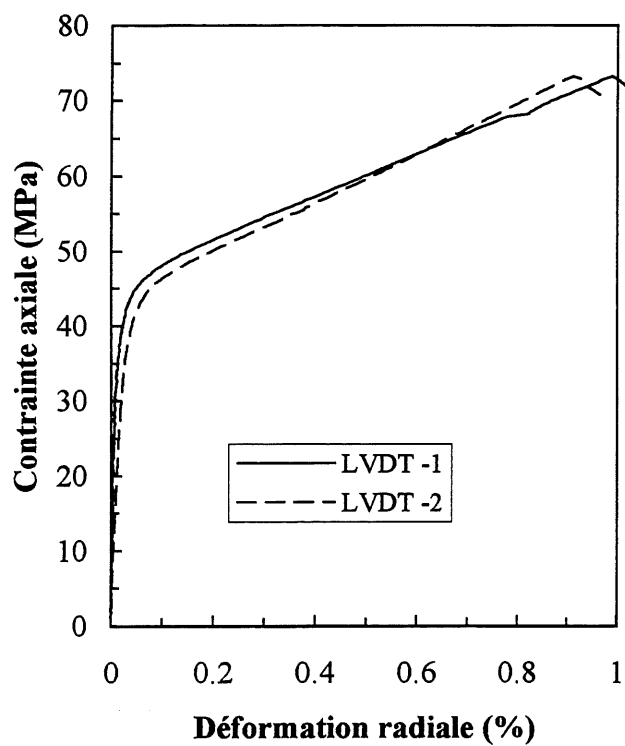
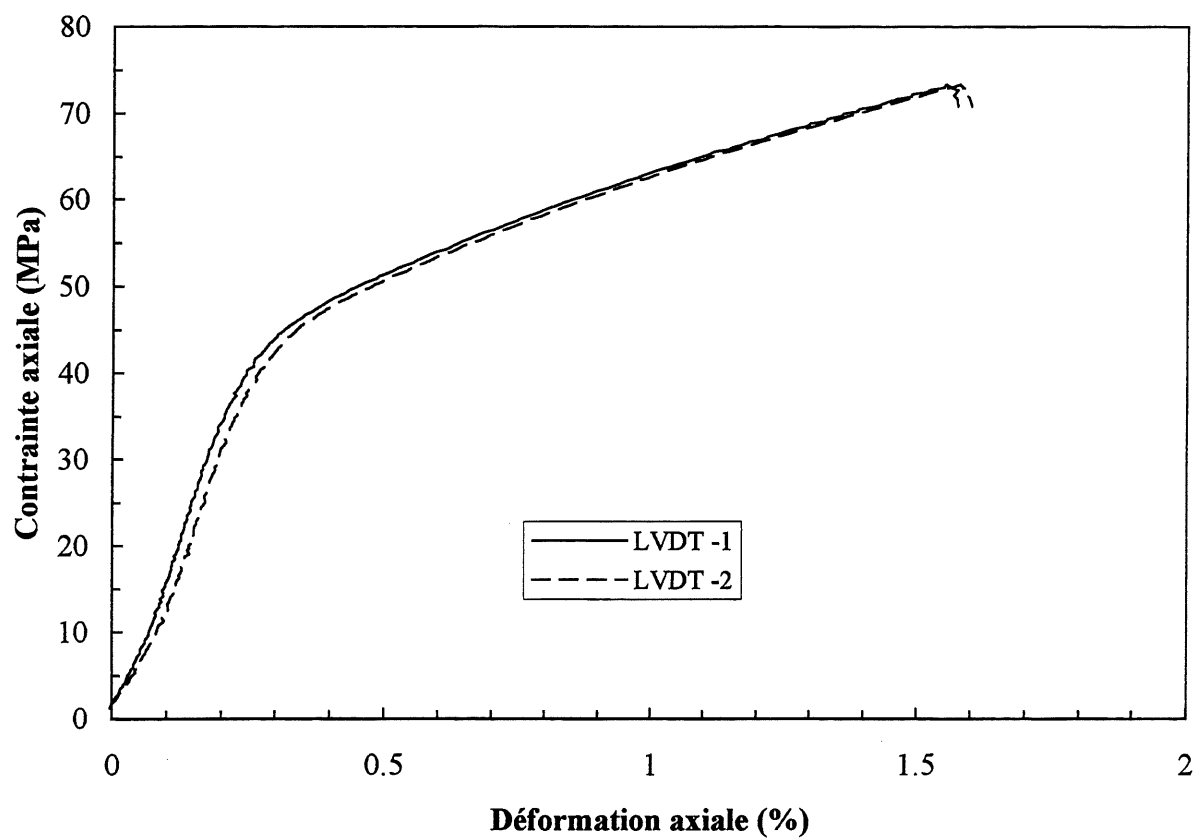
ANNEXE A

COURBES CONTRAINTE-DÉFORMATION

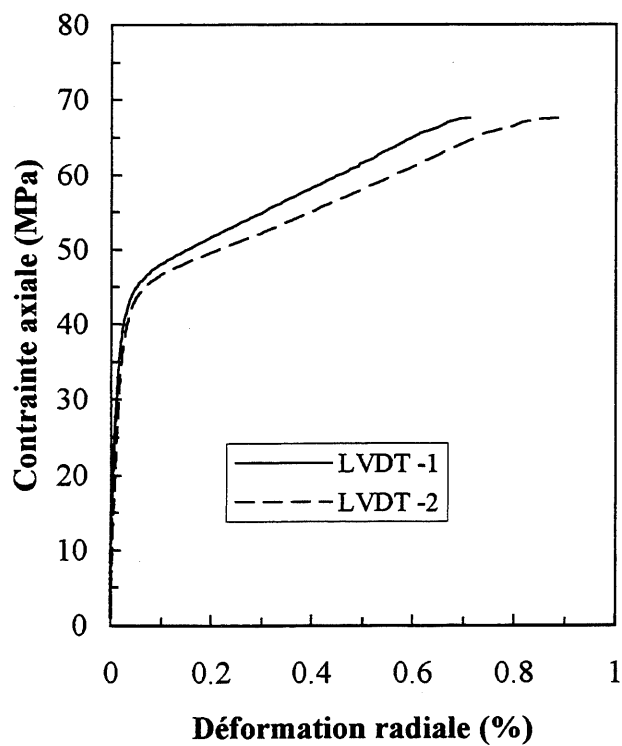
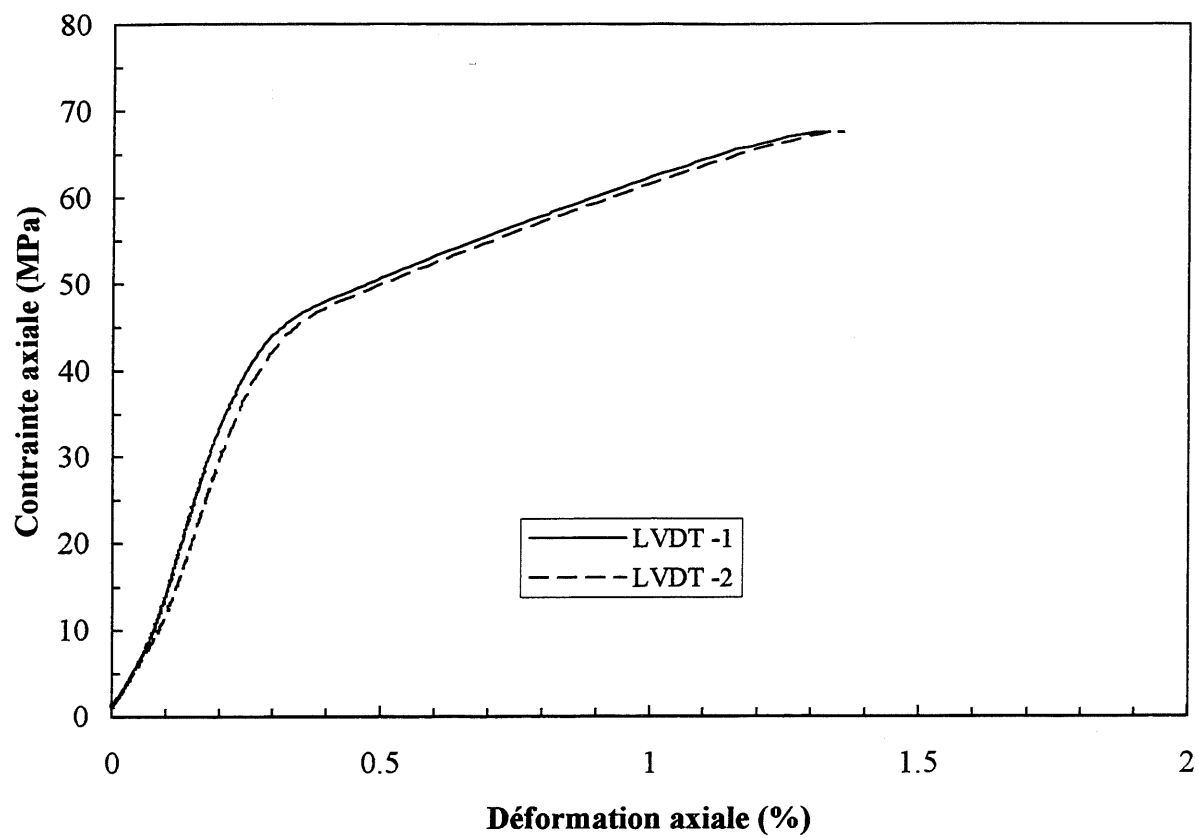
Colonne 1A



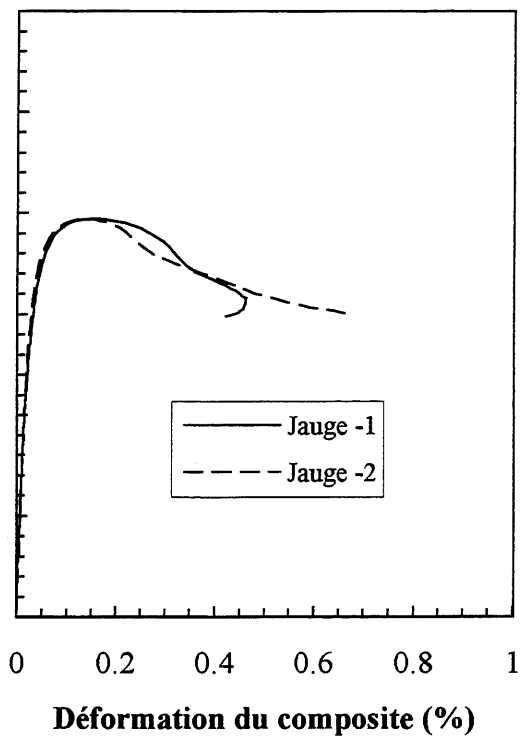
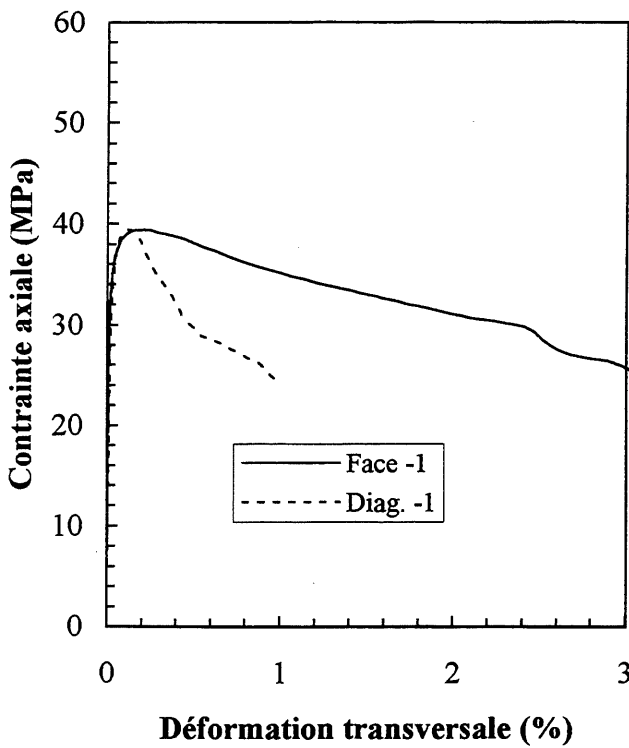
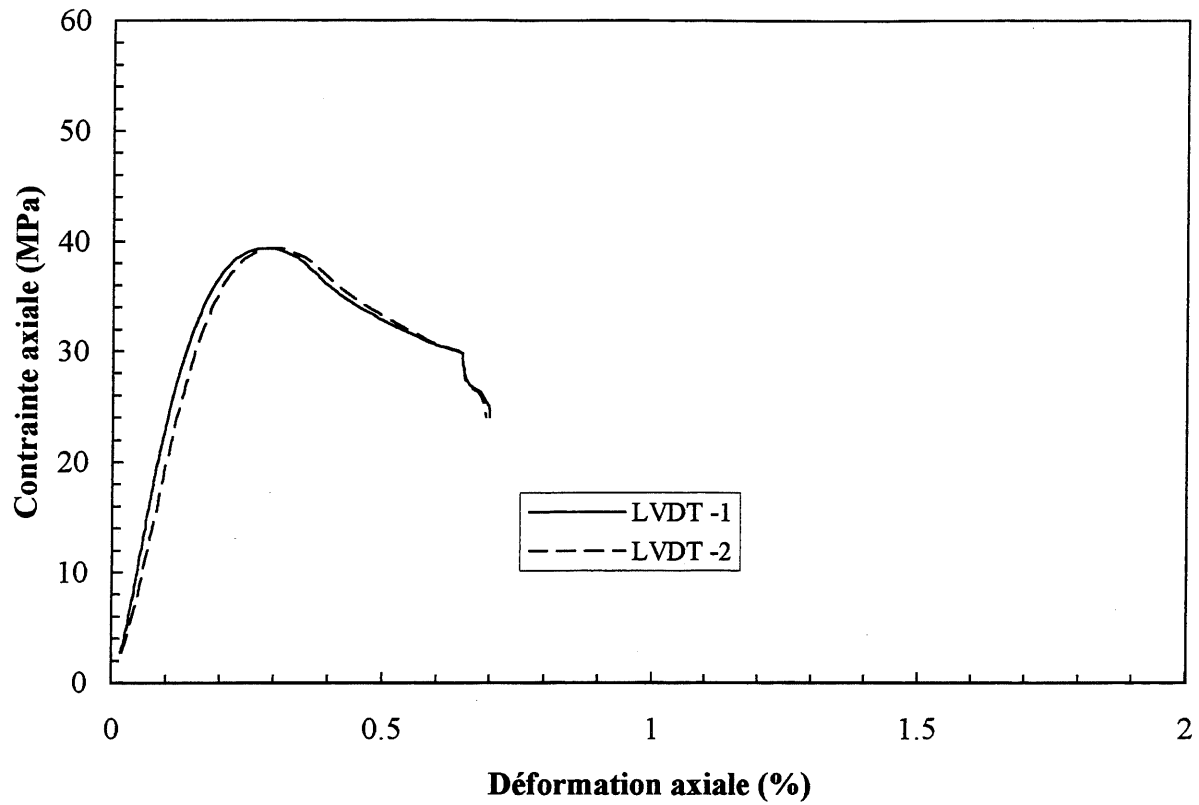
Colonne 1B



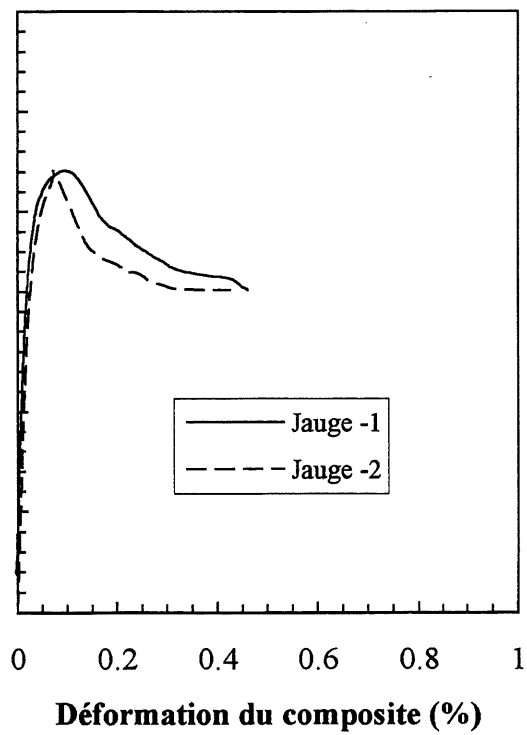
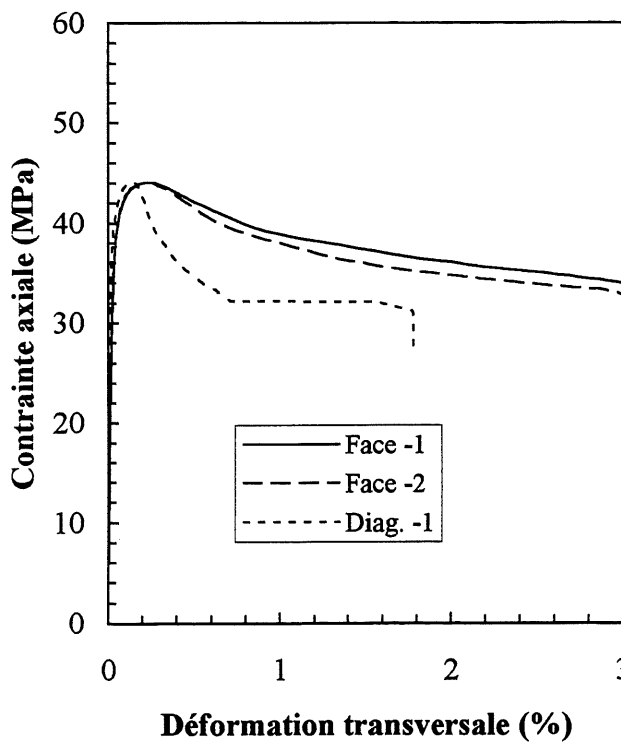
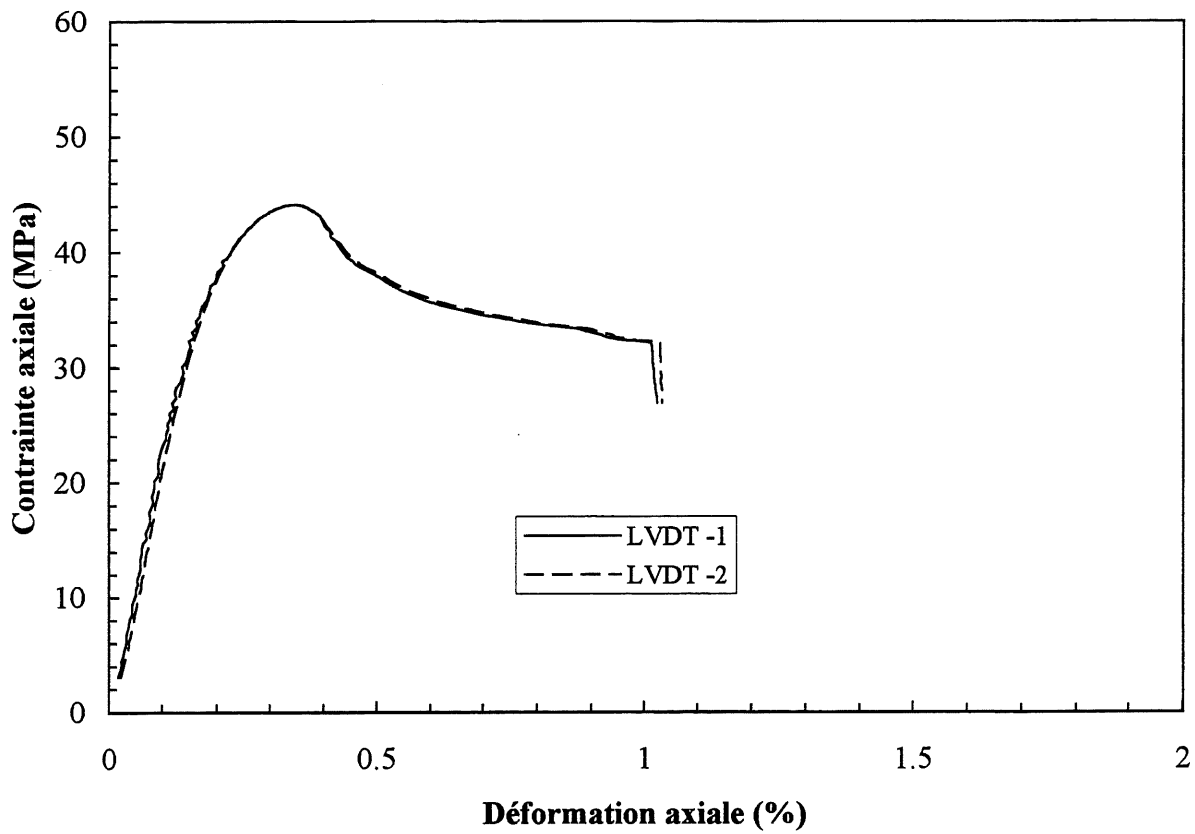
Colonne 1C



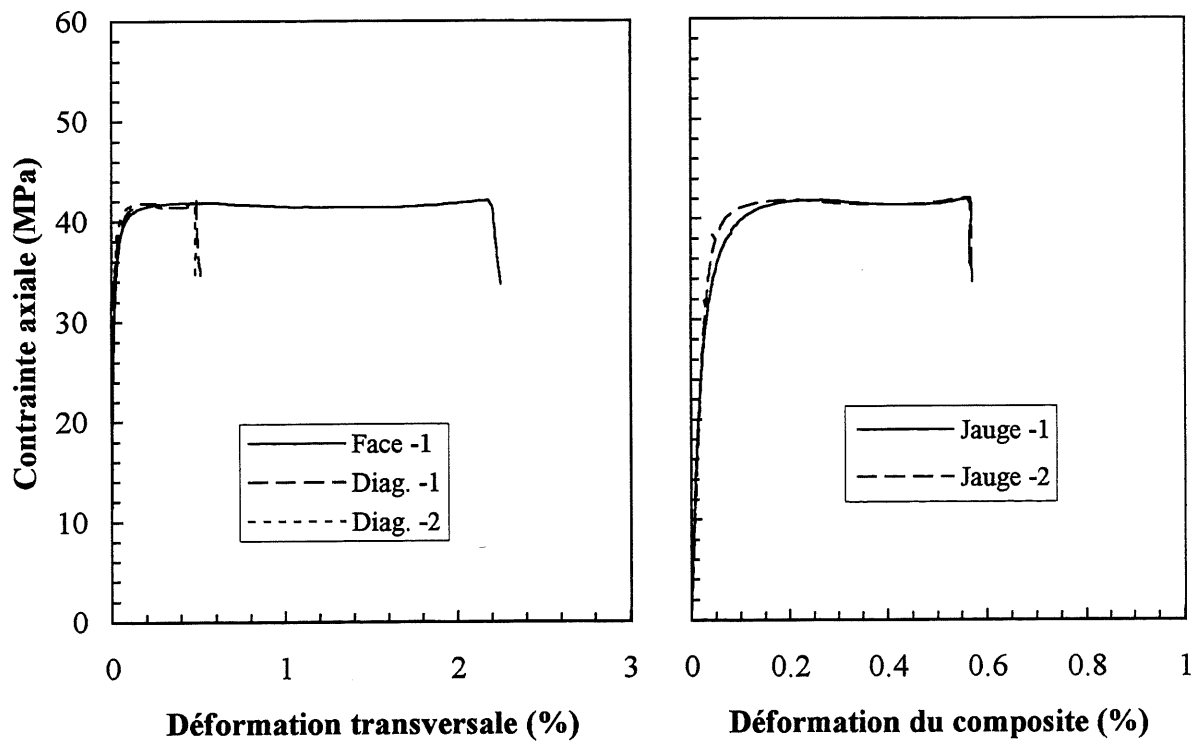
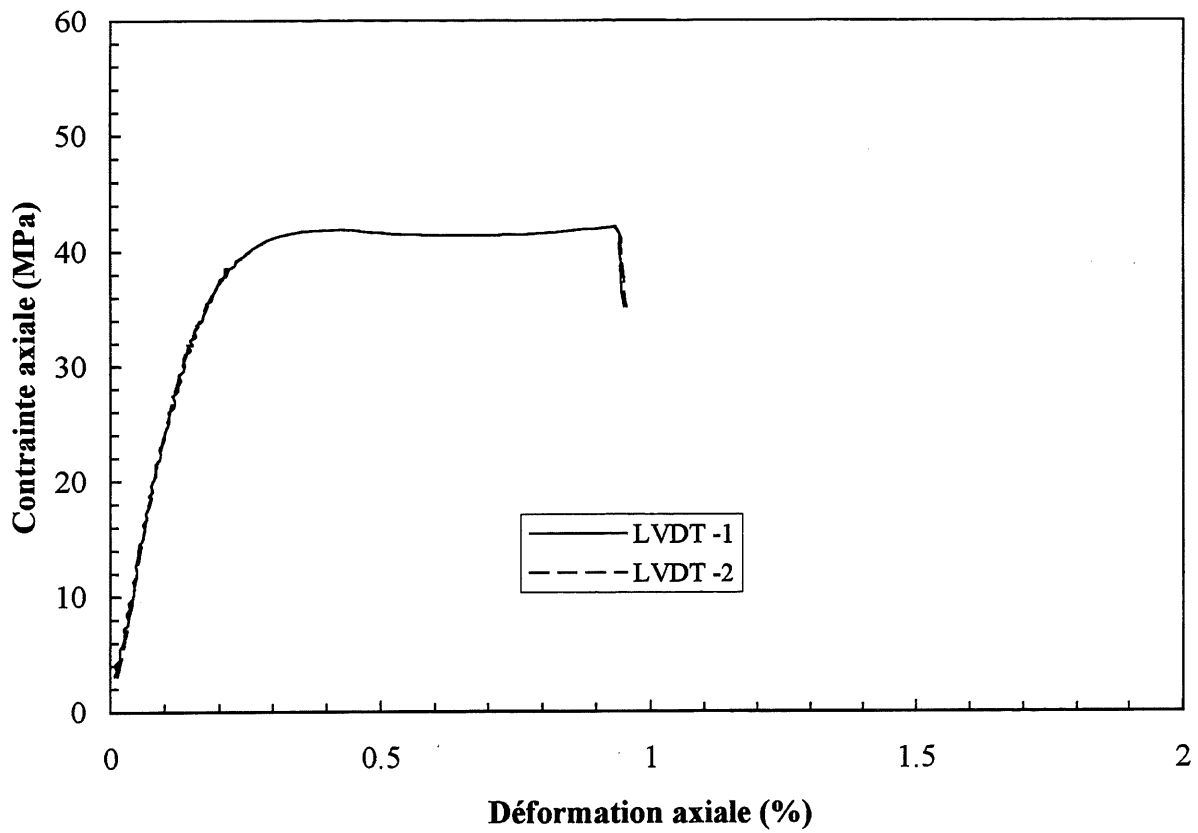
Colonne 2B



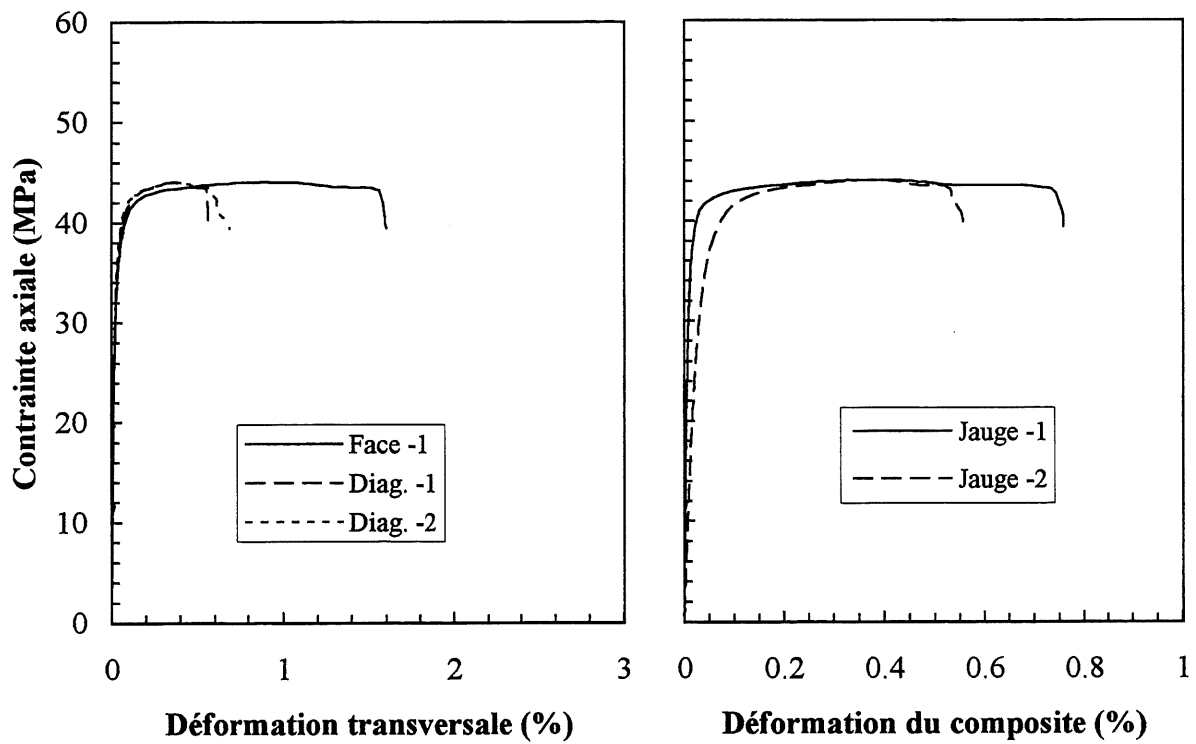
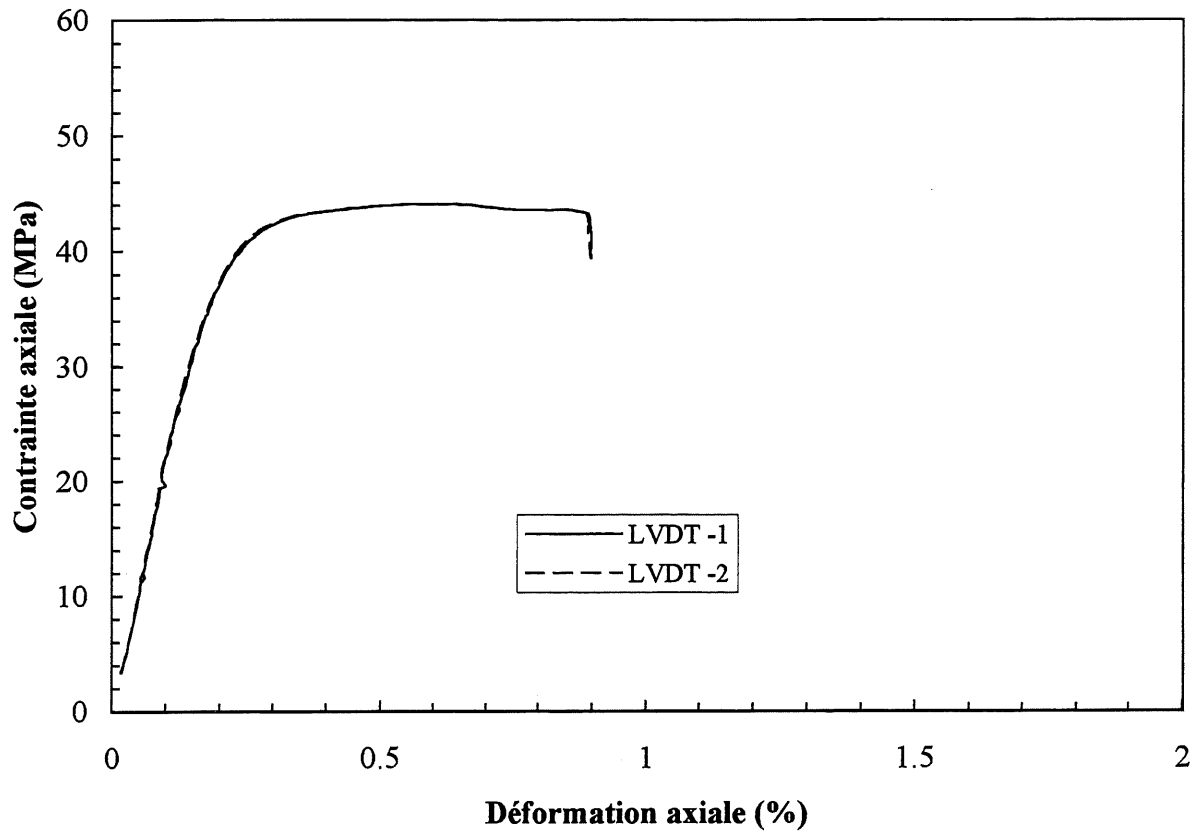
Colonne 2C



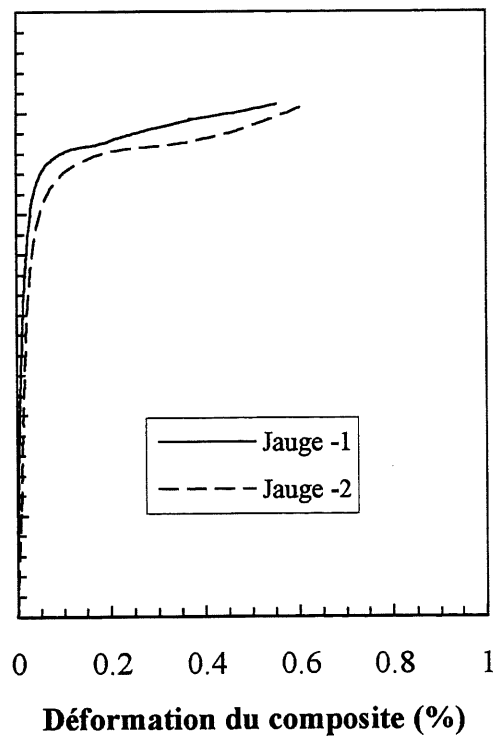
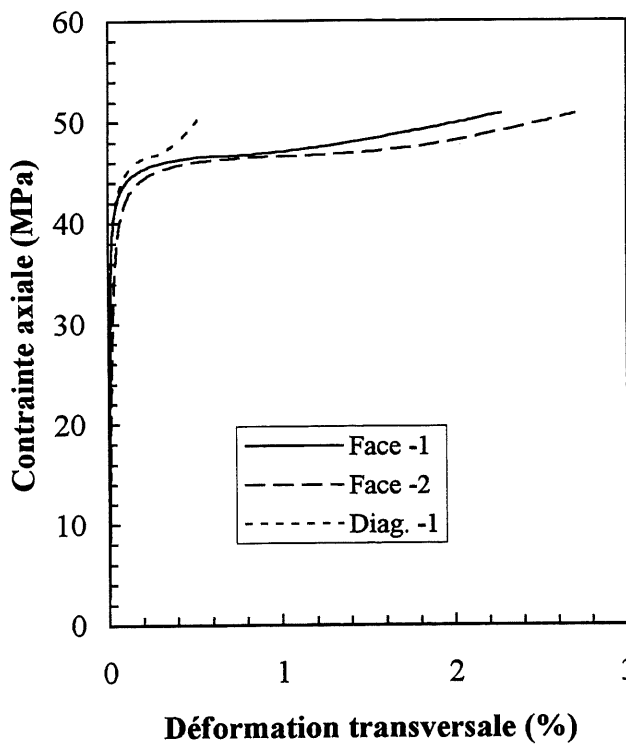
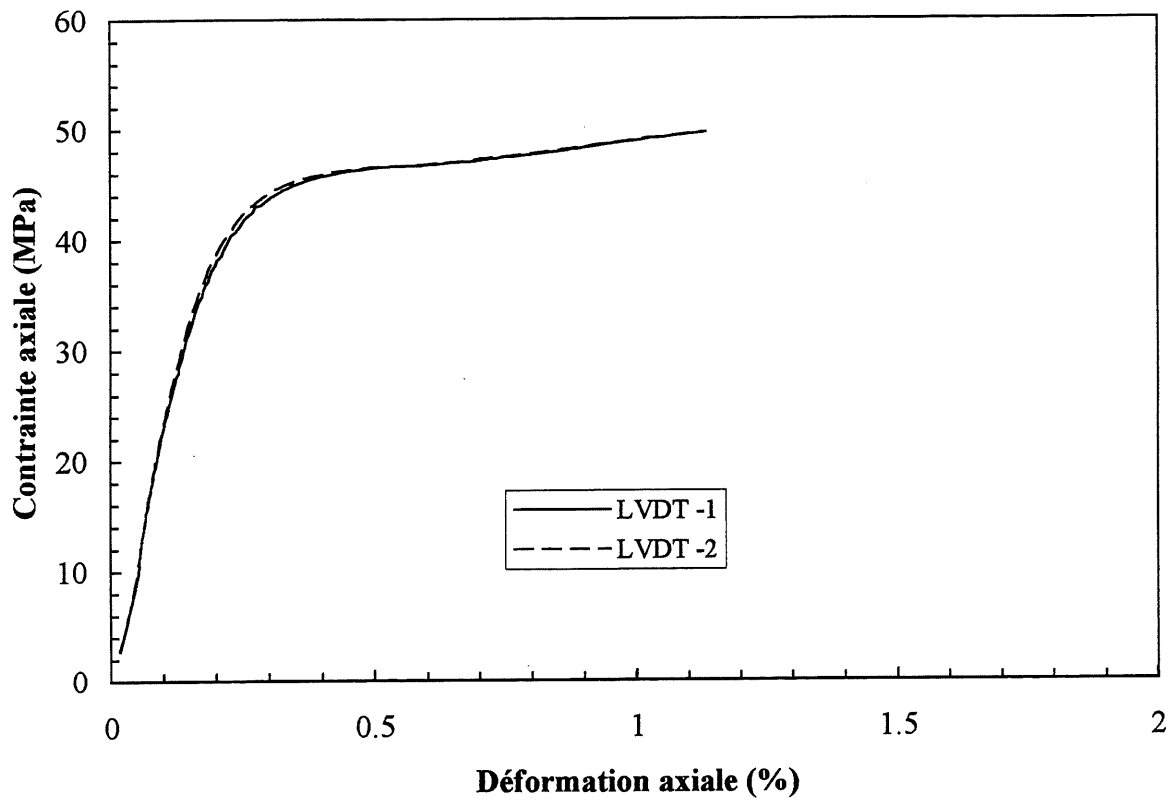
Colonne 2D1



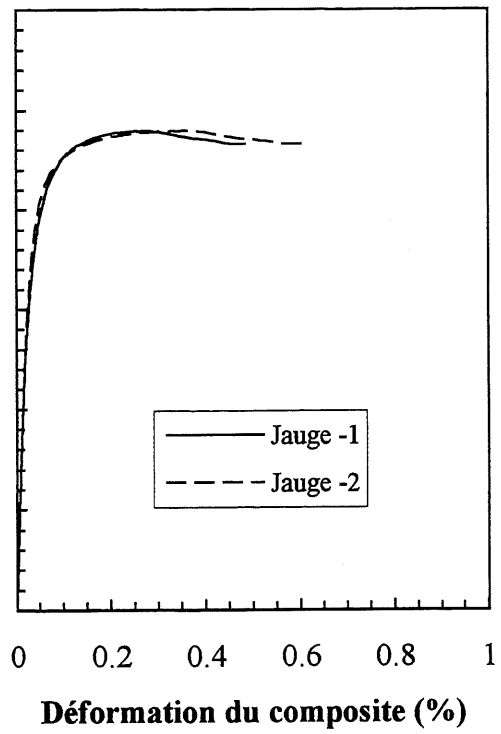
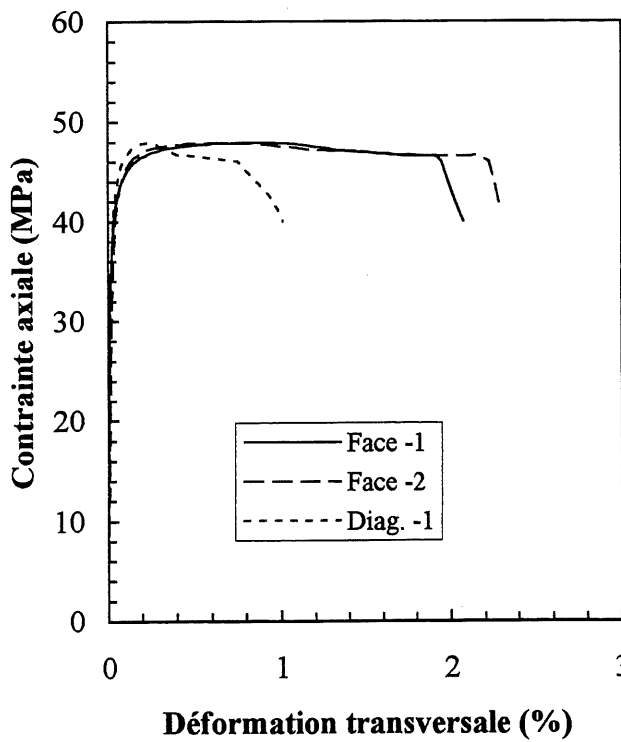
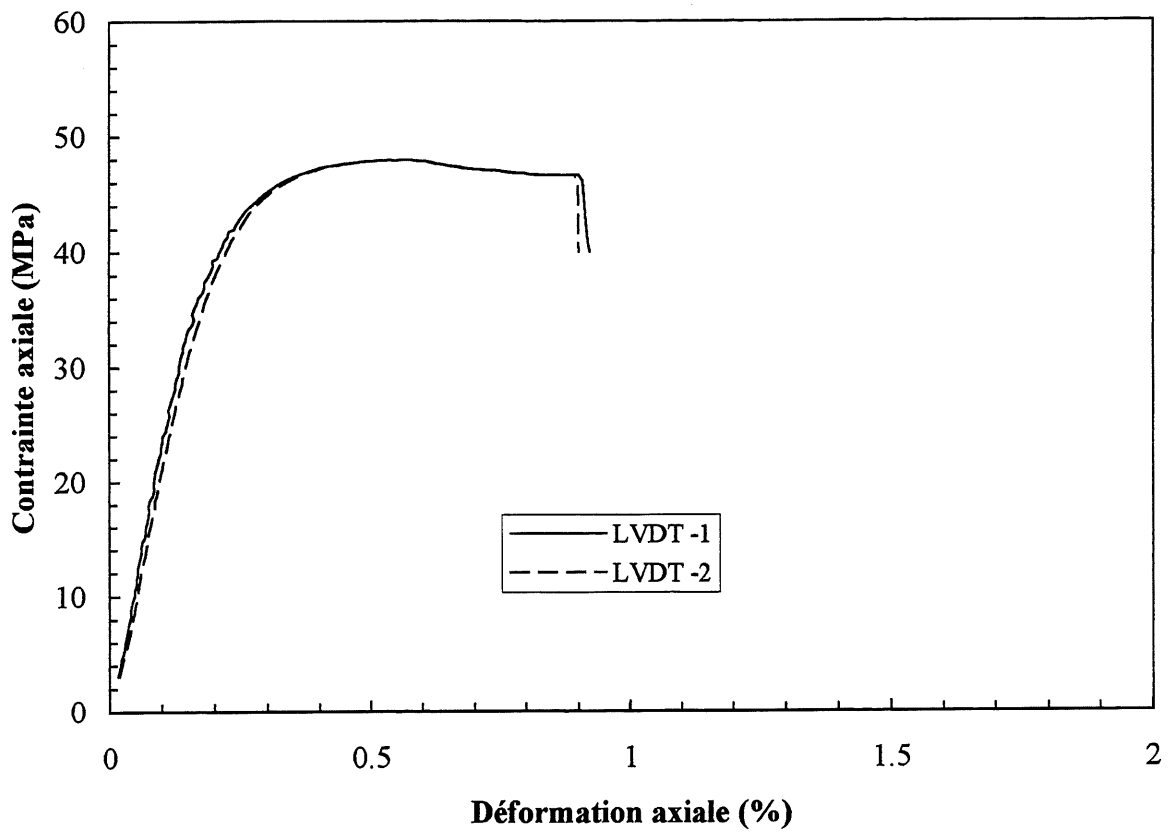
Colonne 2D2



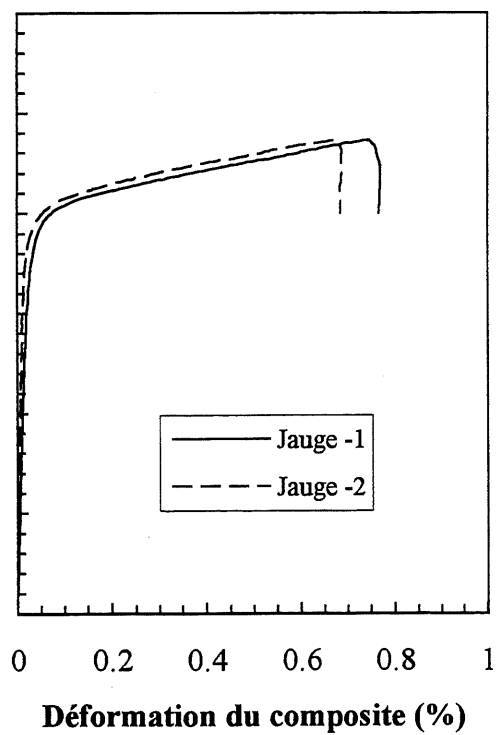
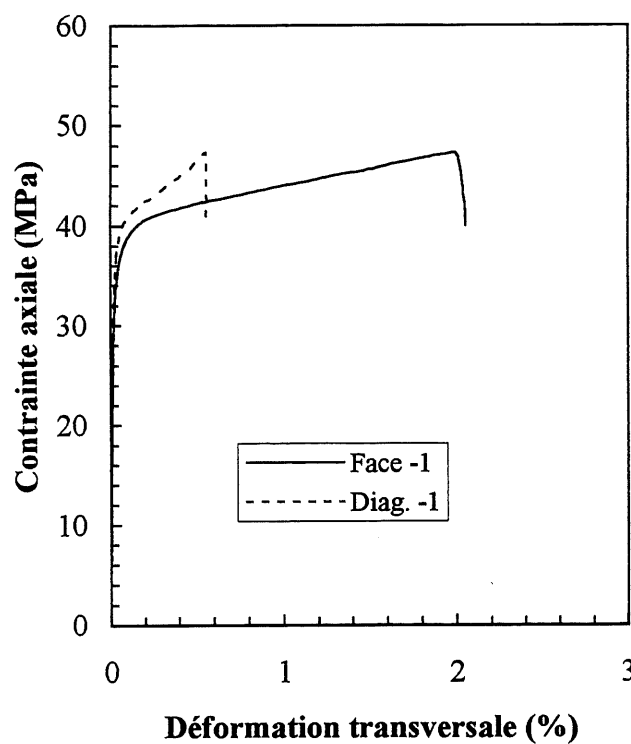
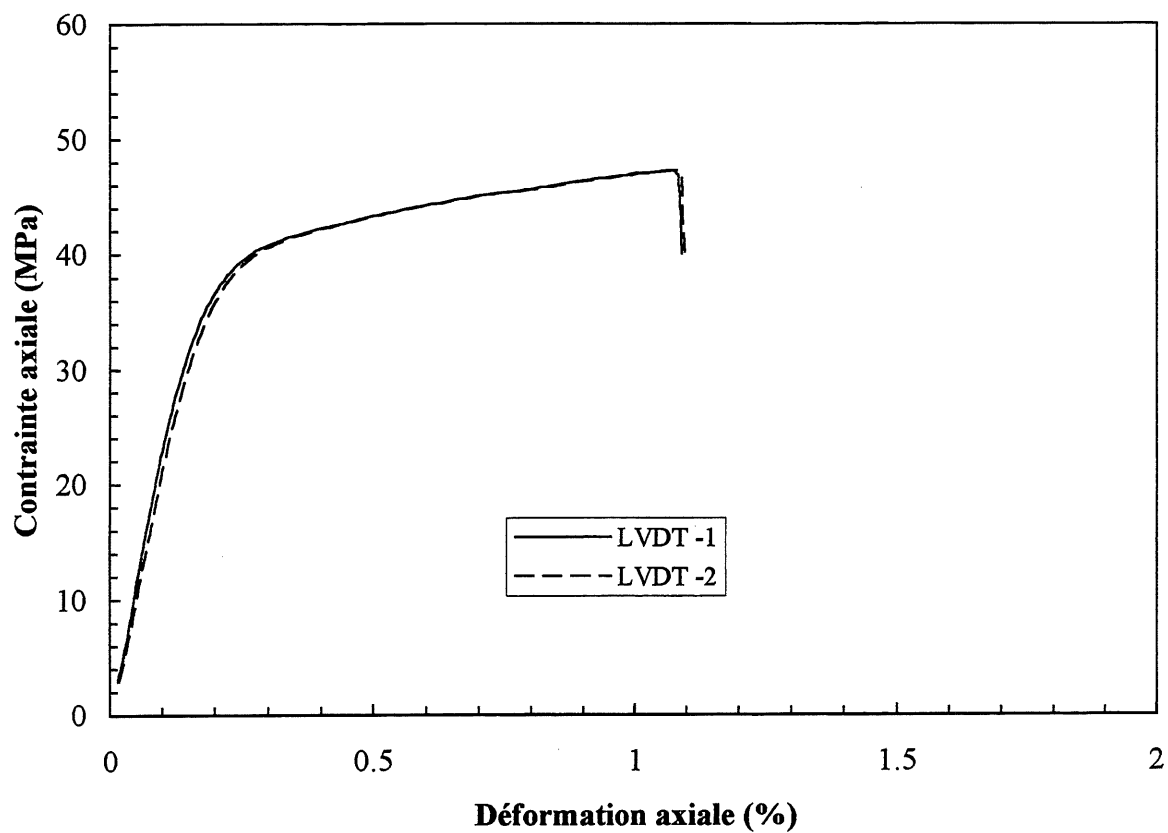
Colonne 2E



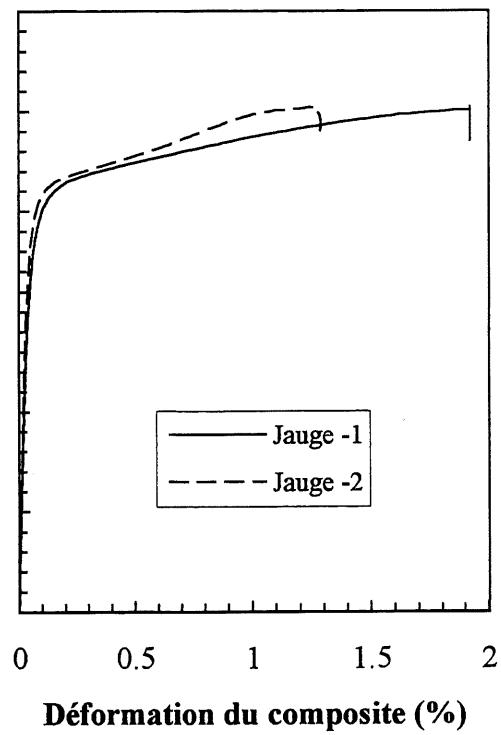
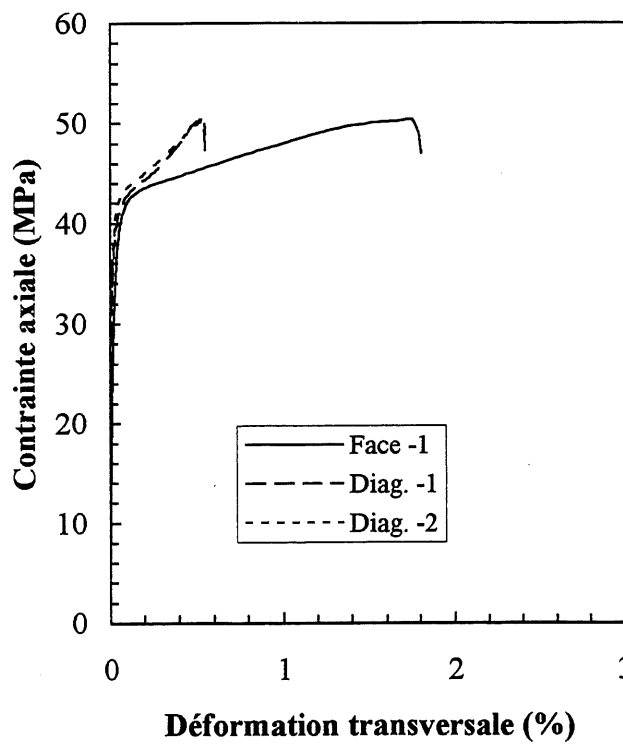
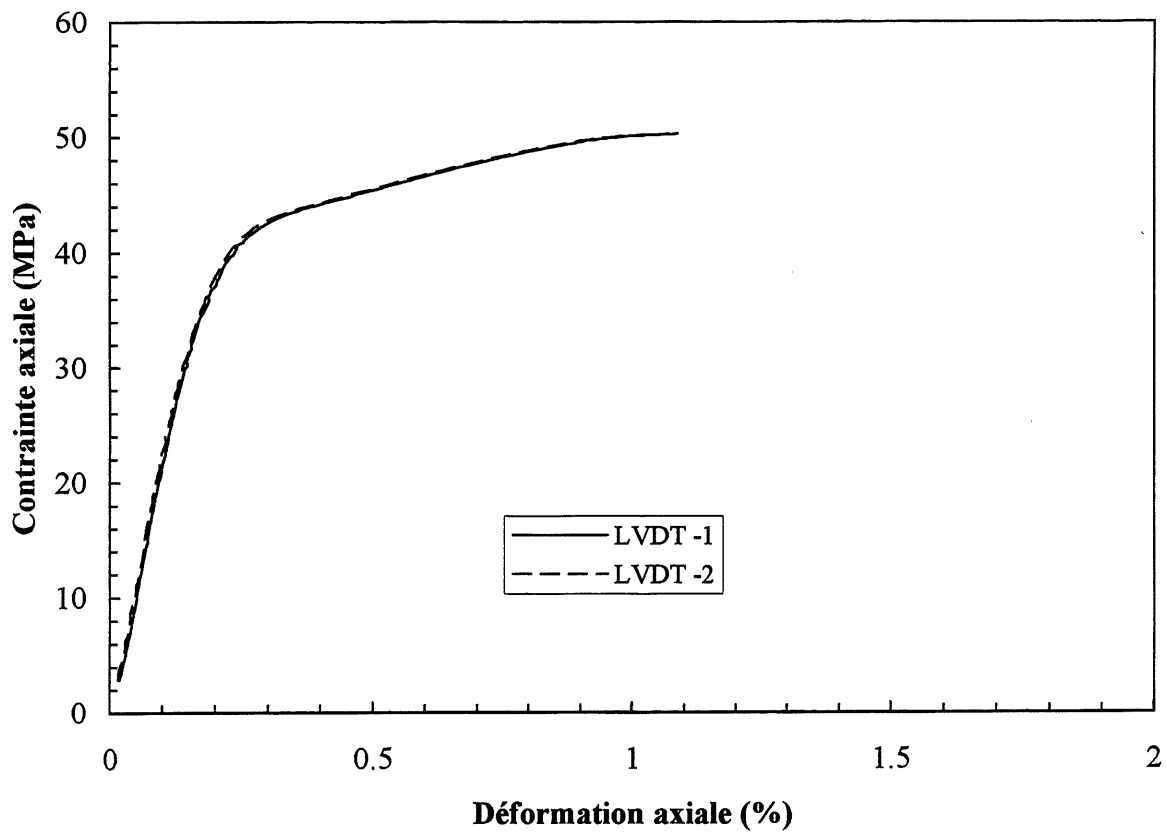
Colonne 2F



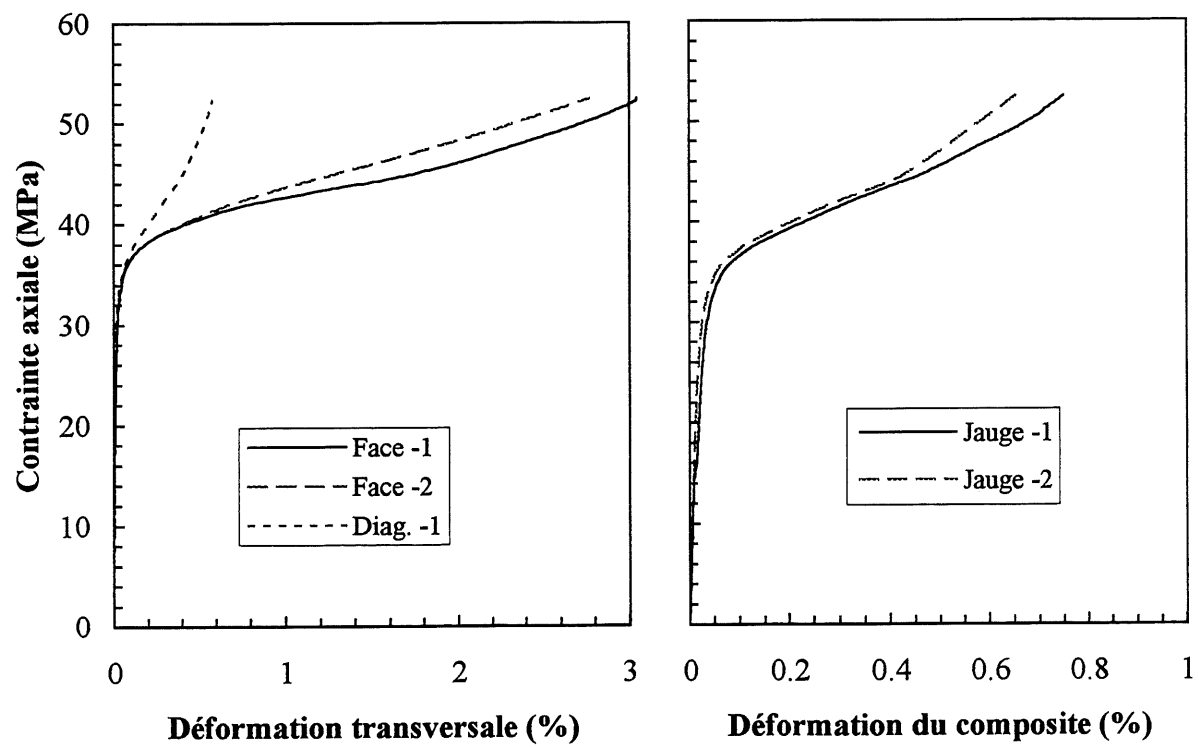
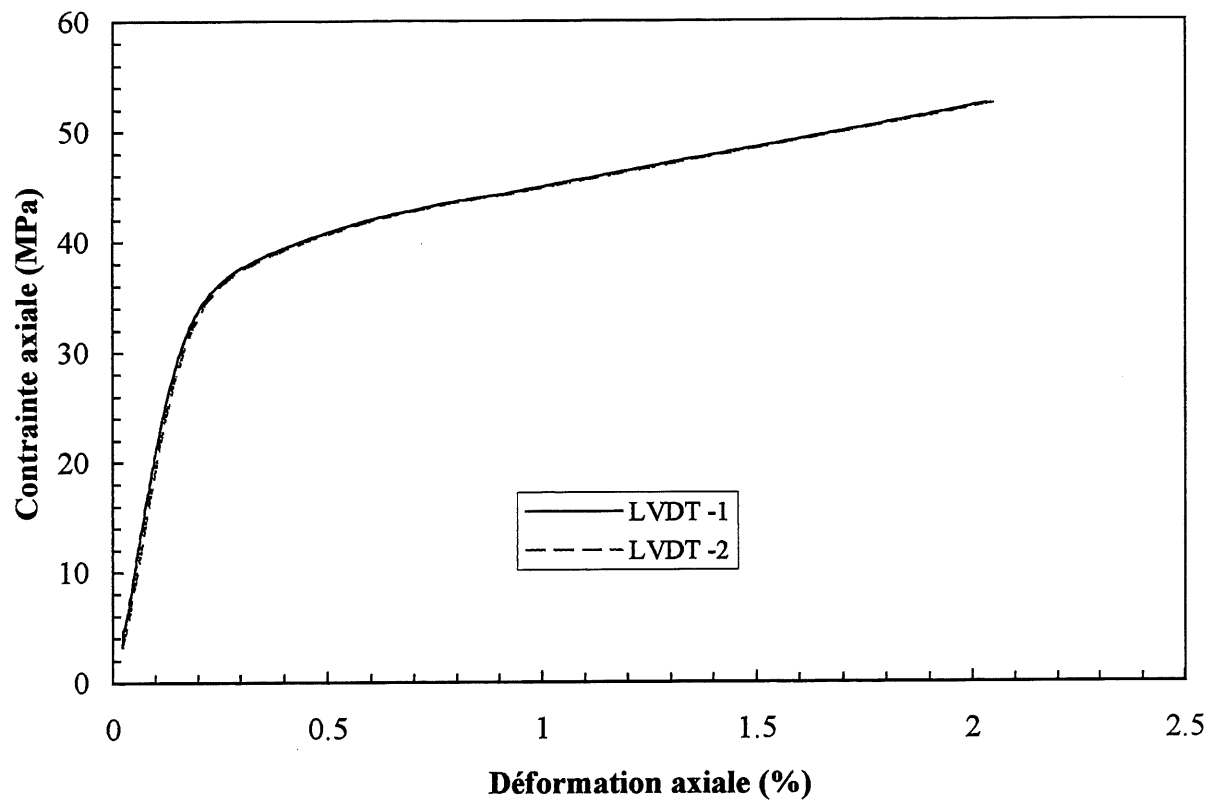
Colonne 2G1



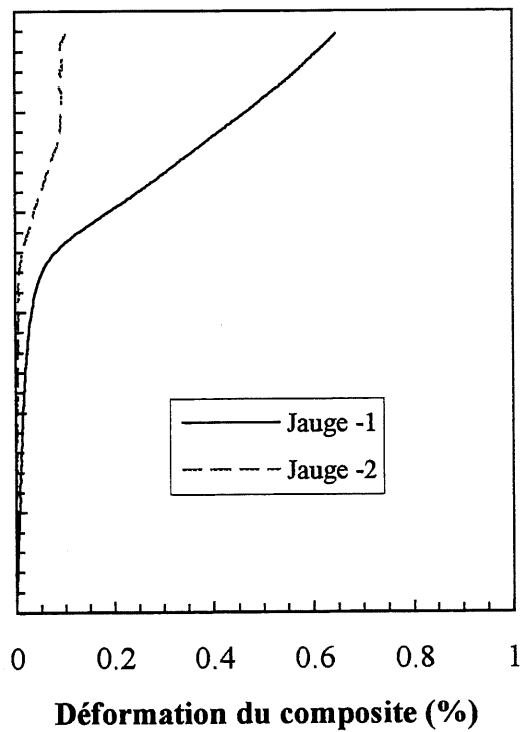
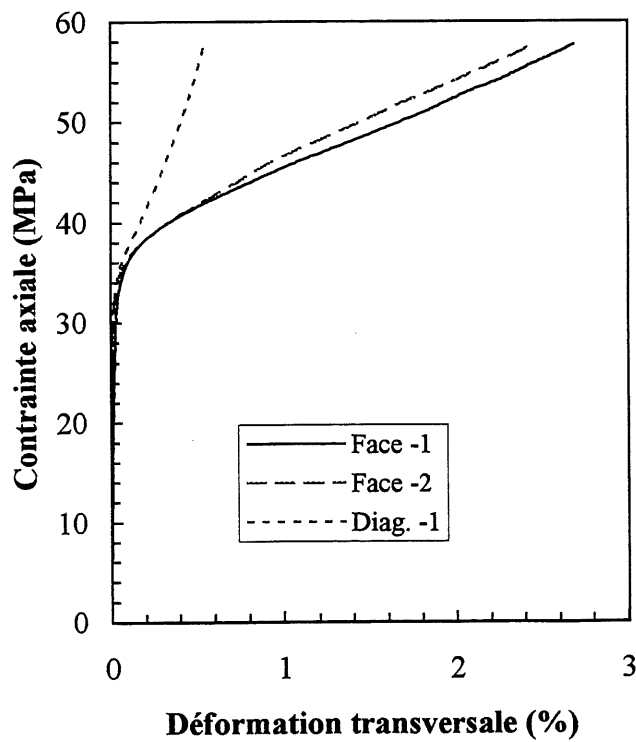
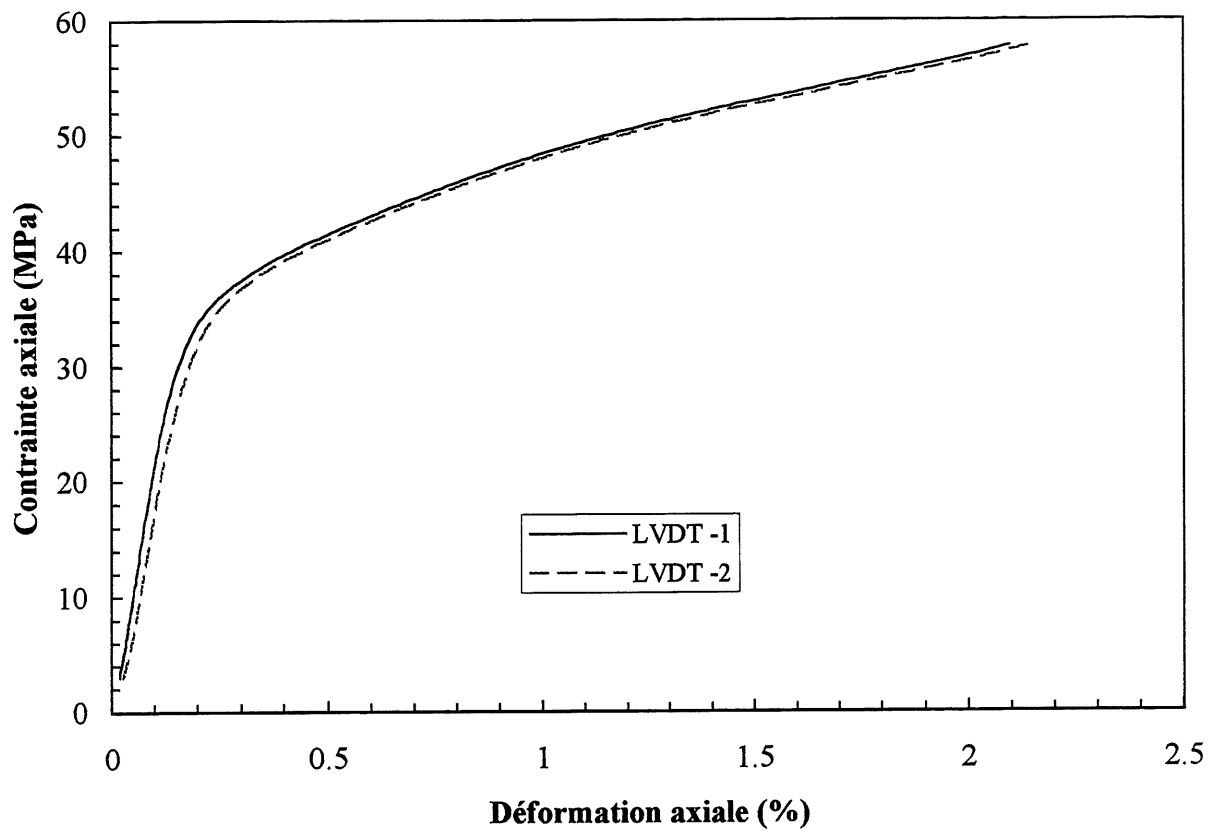
Colonne 2G2



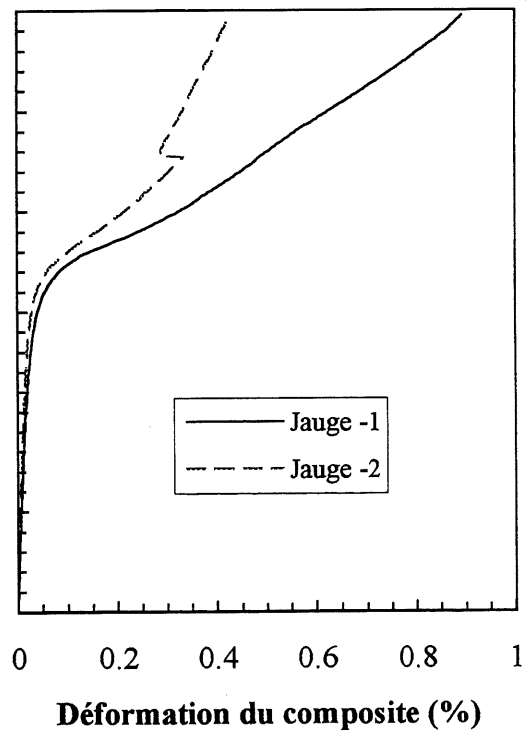
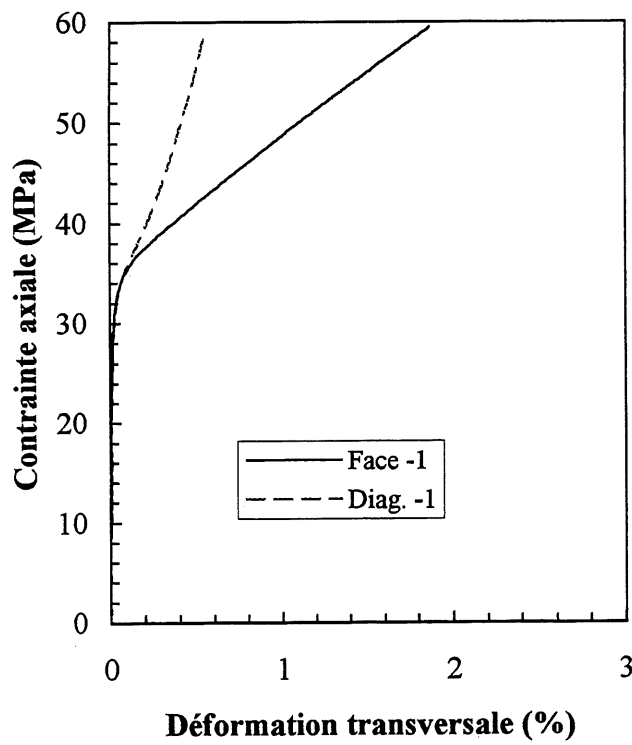
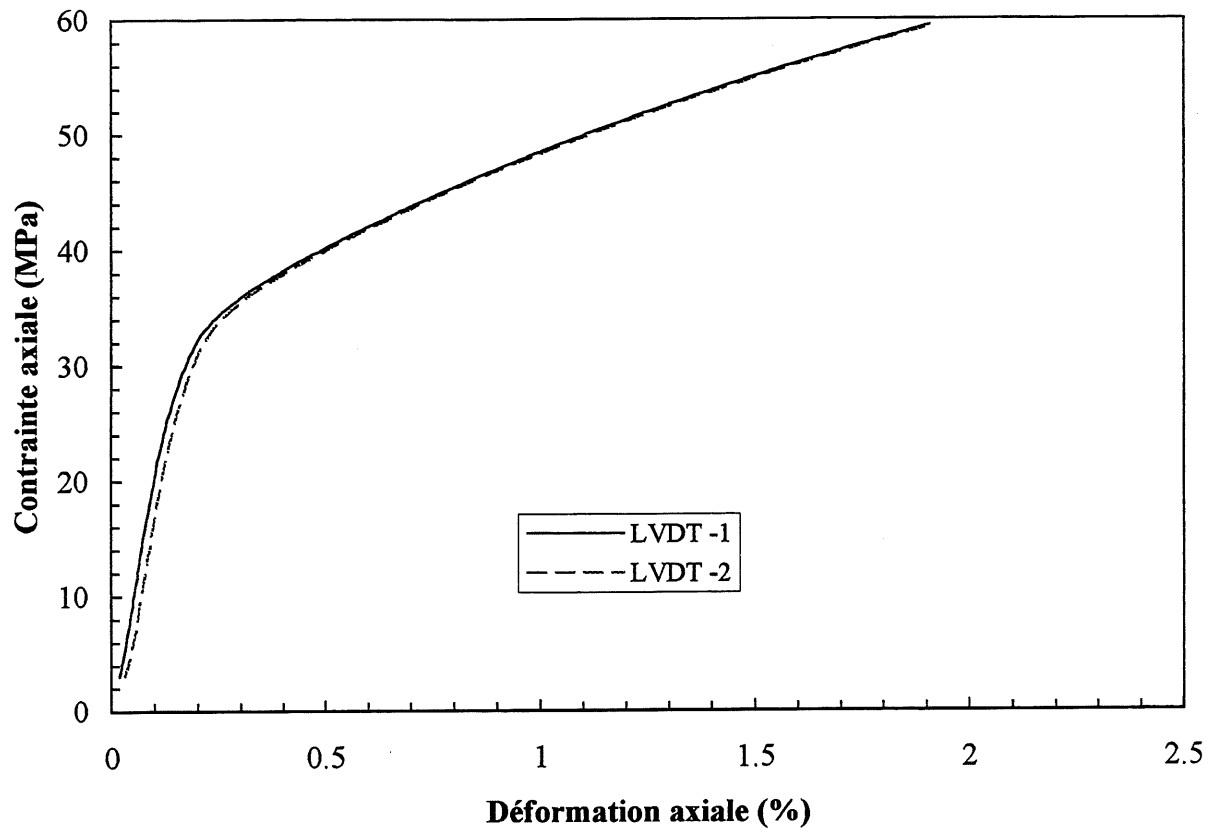
Colonne 3B



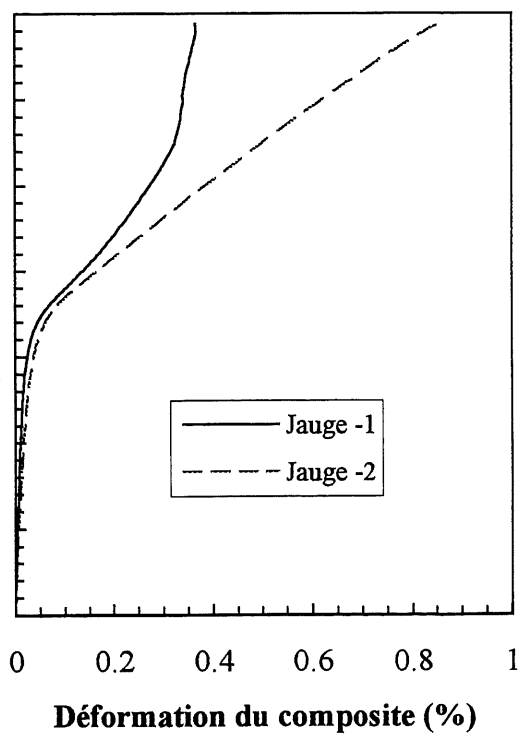
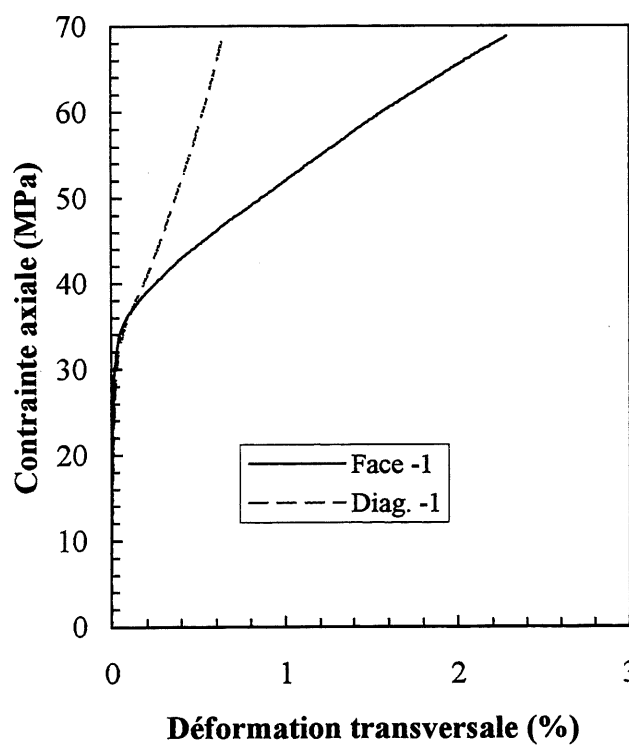
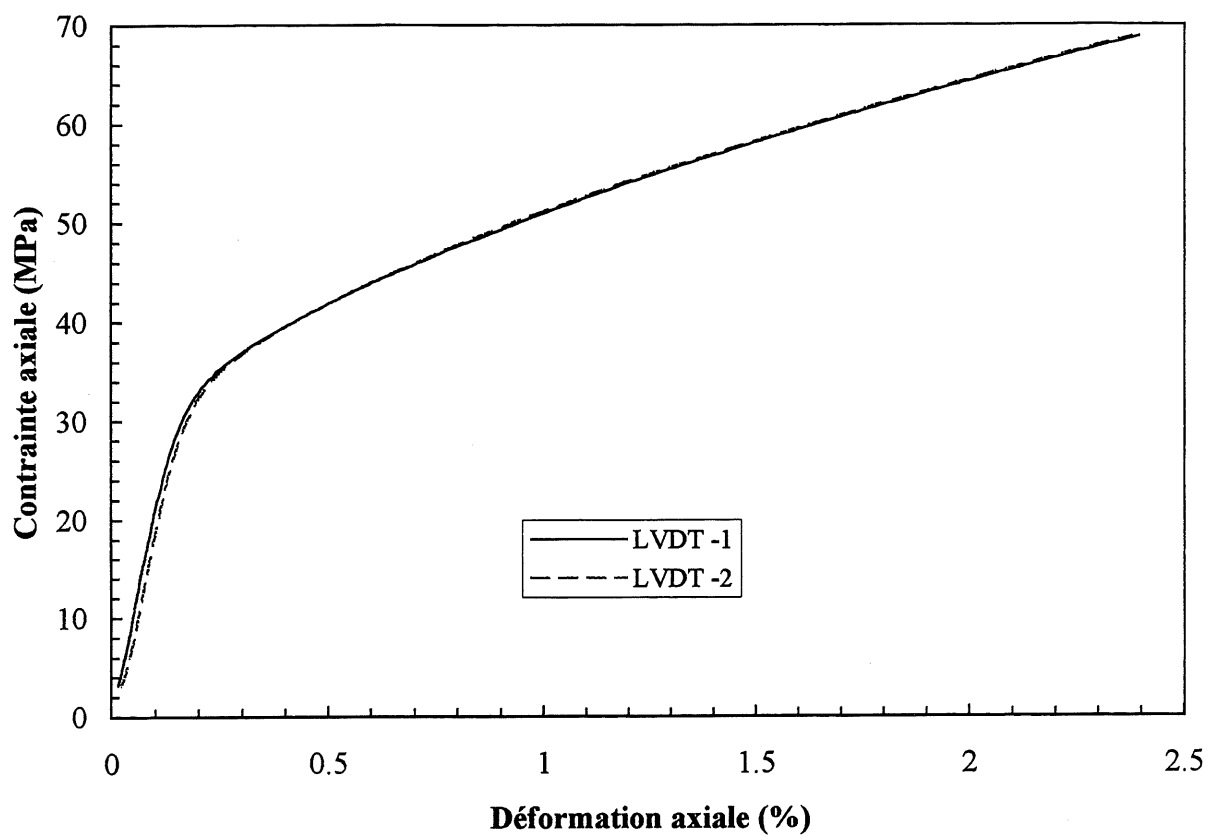
Colonne 3C



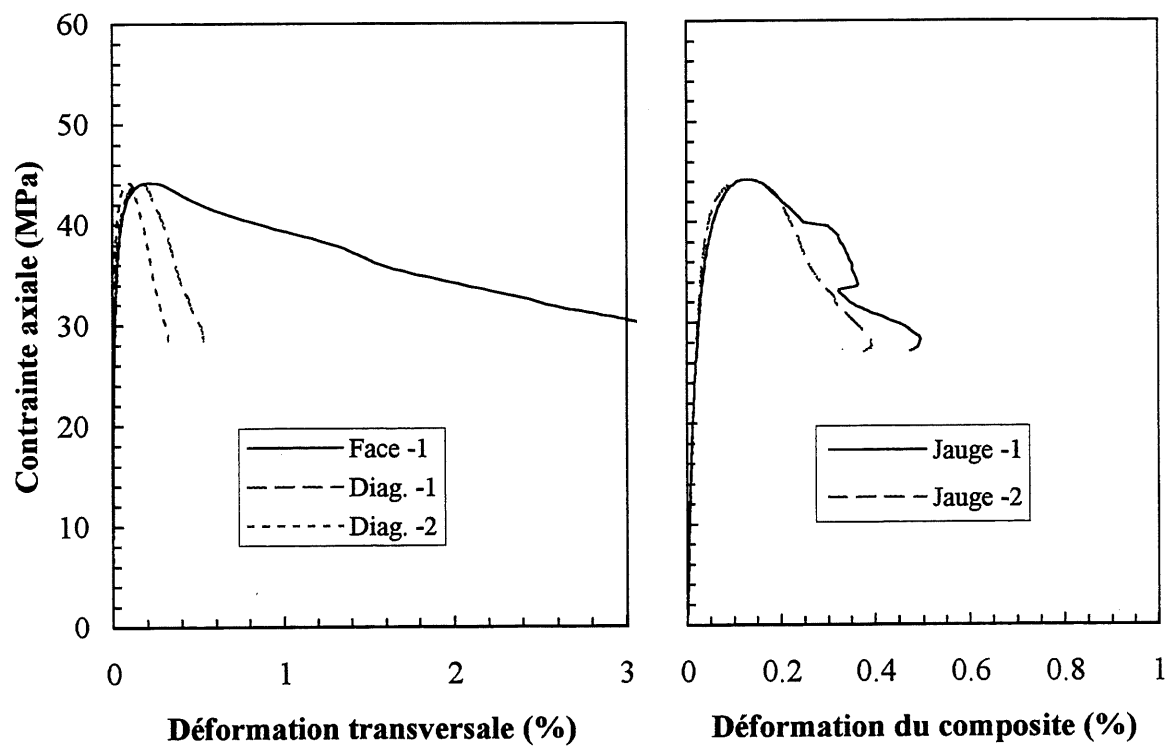
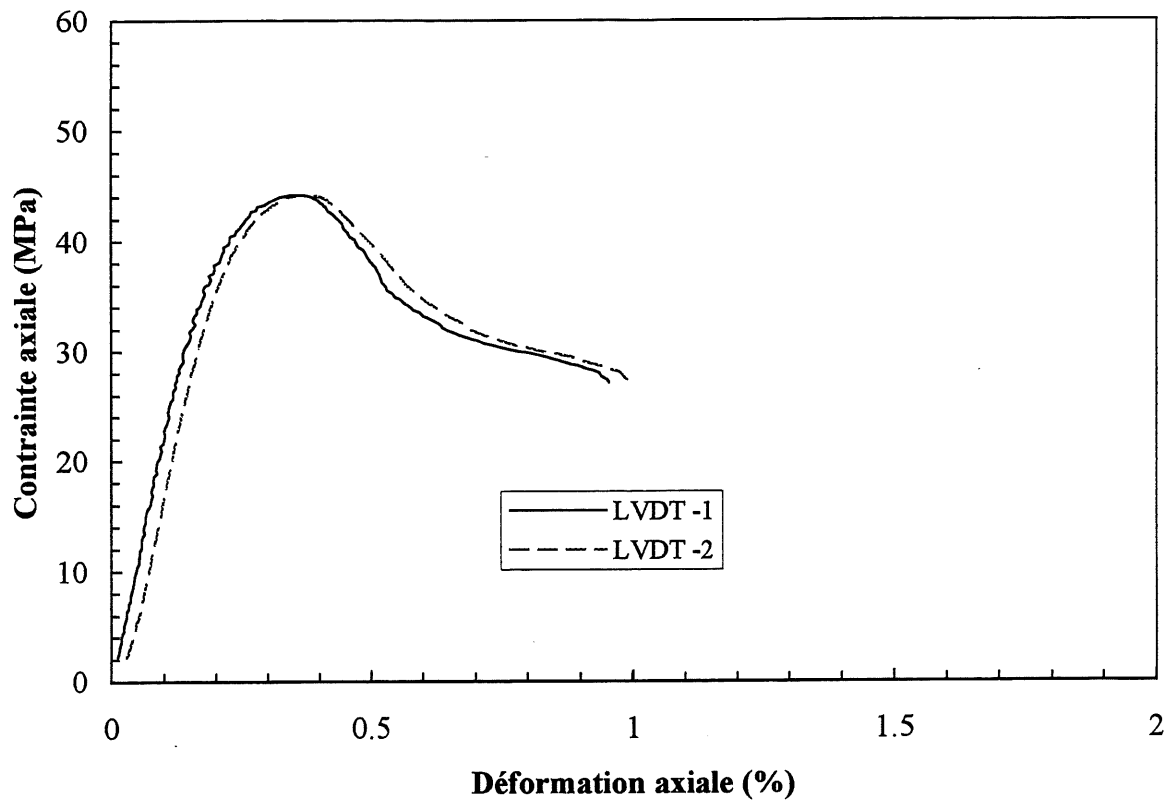
Colonne 3D



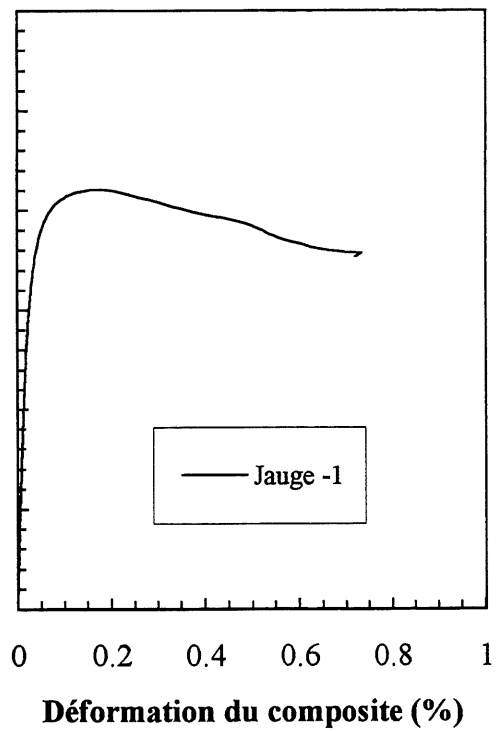
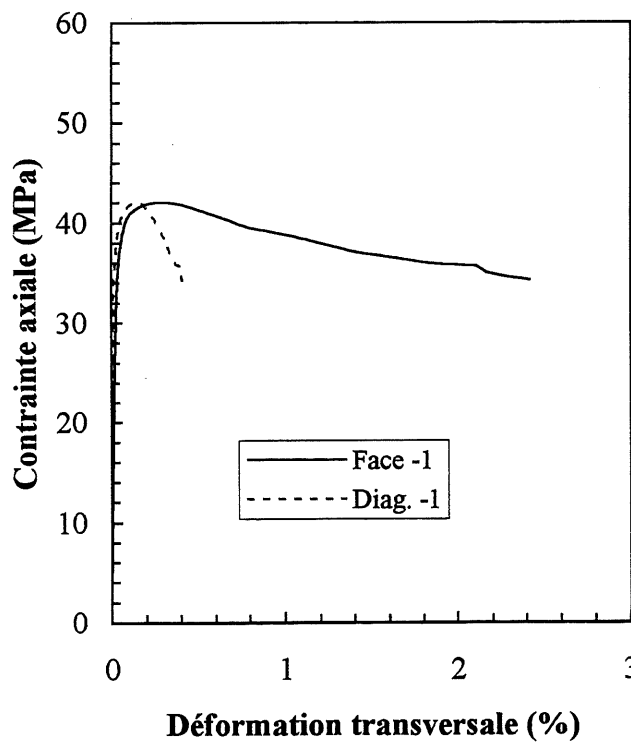
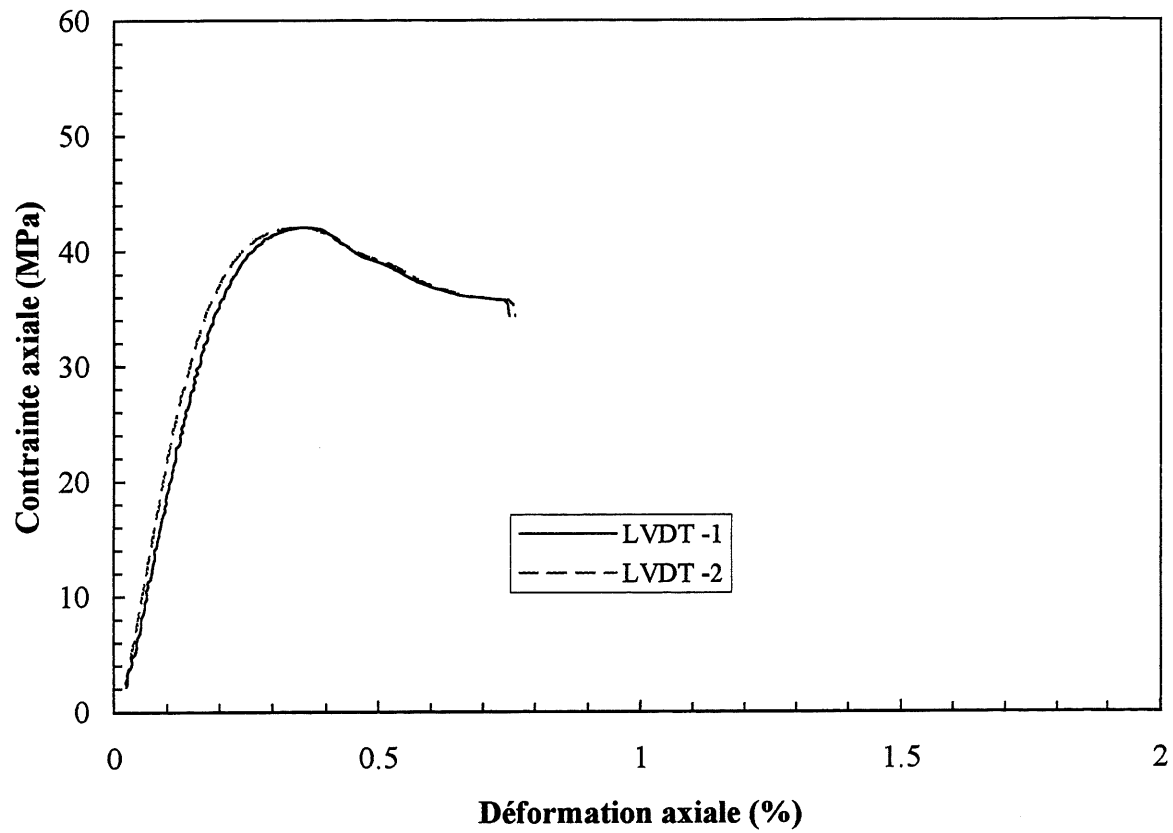
Colonne 3E



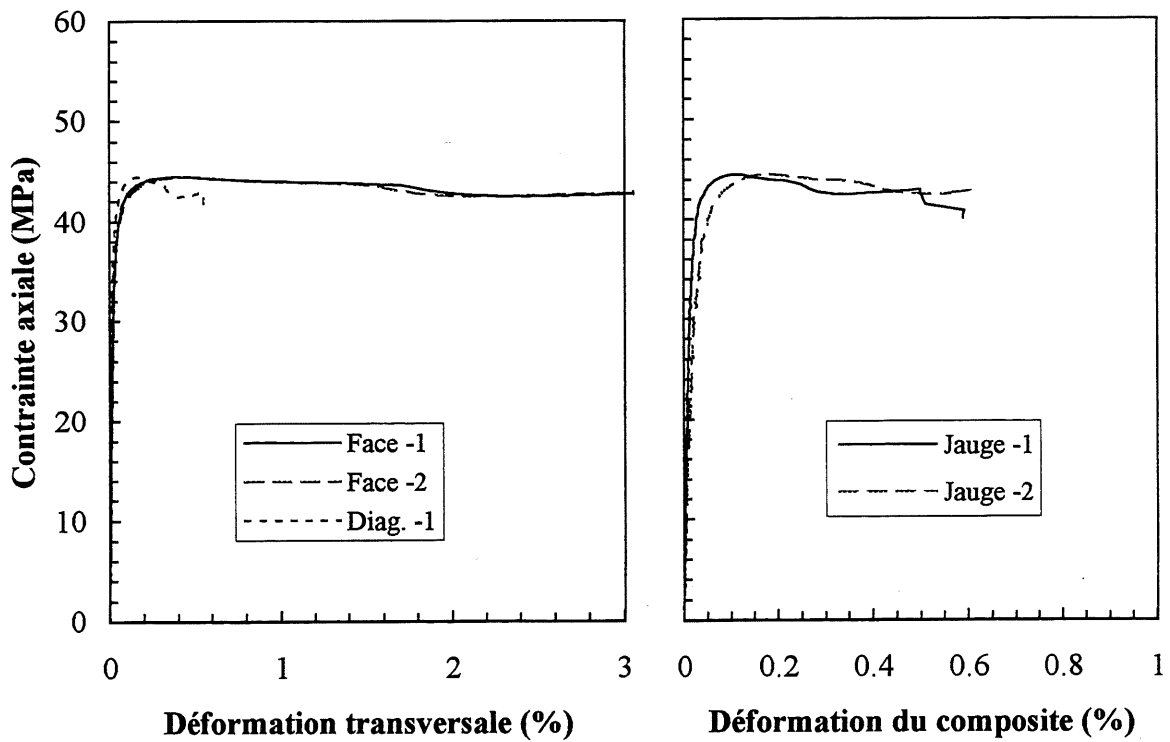
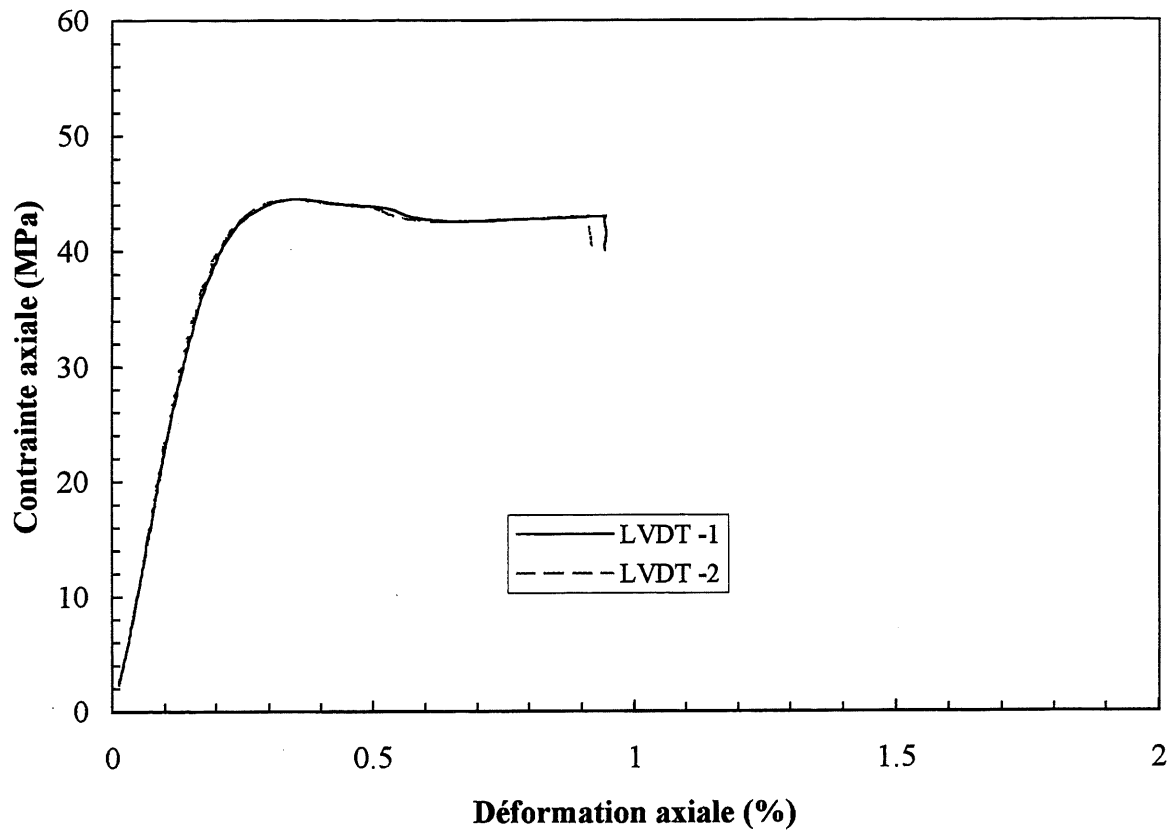
Colonne 4B



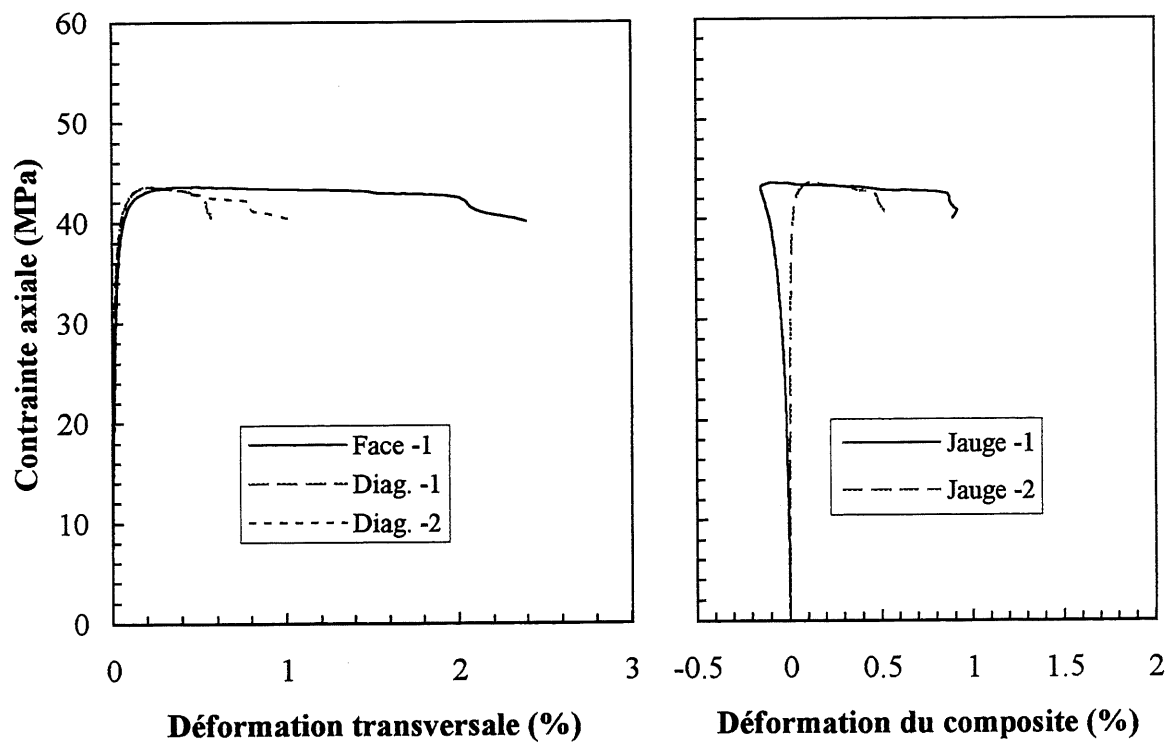
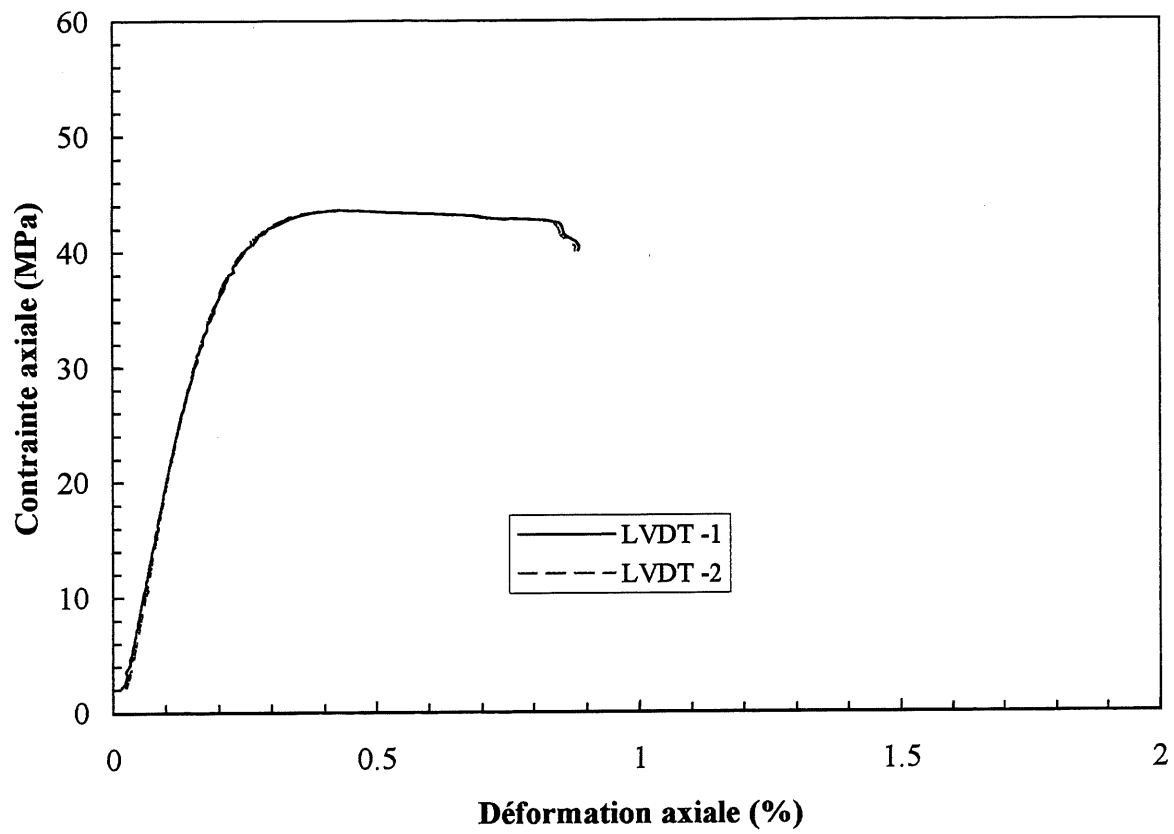
Colonne 4C



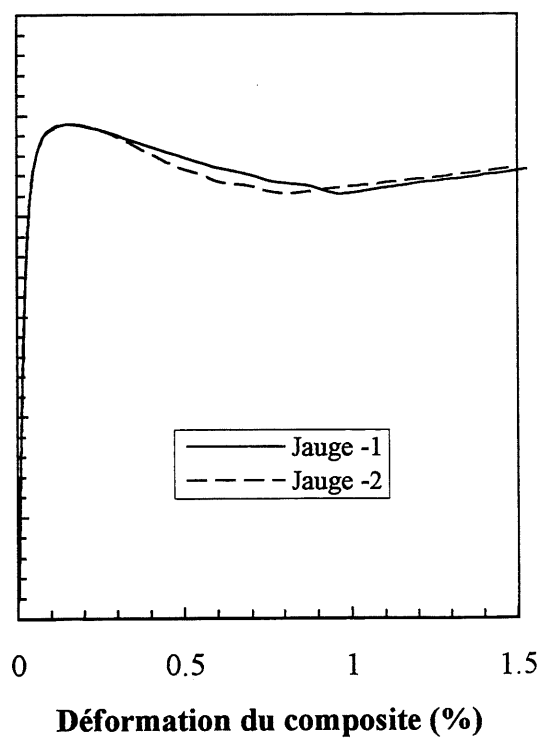
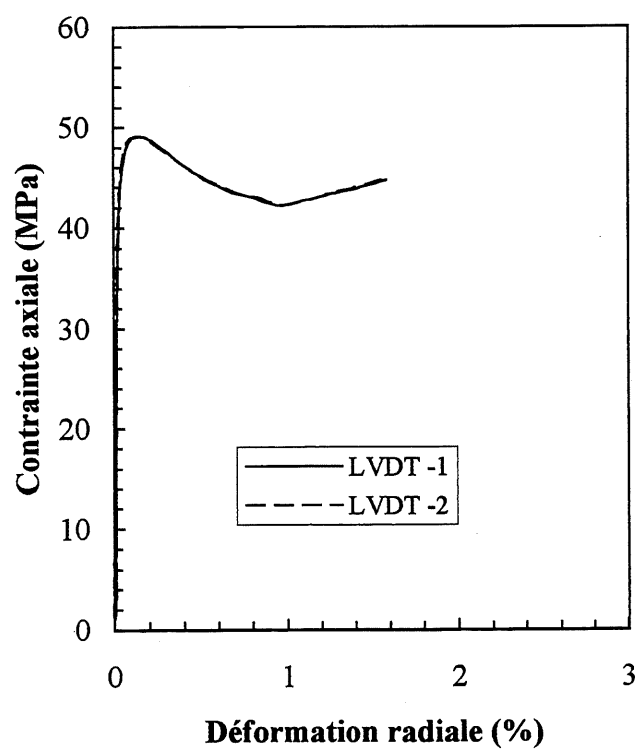
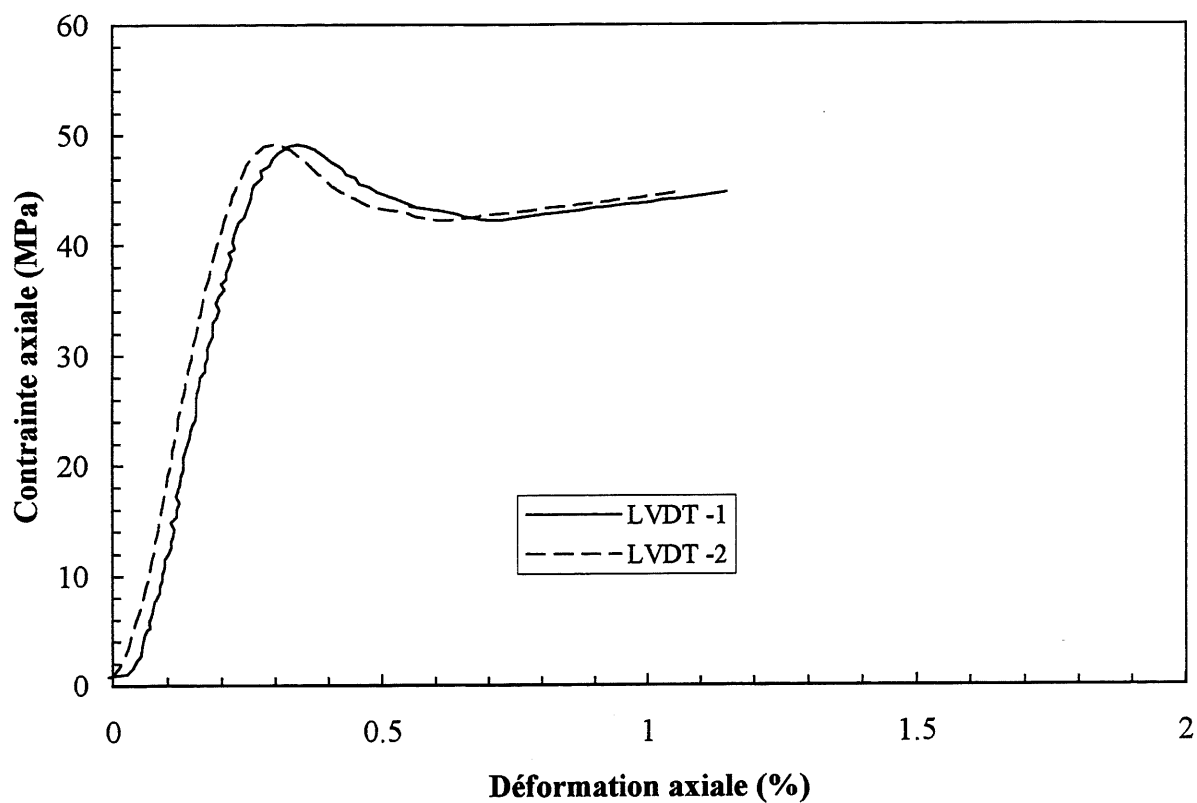
Colonne 4D



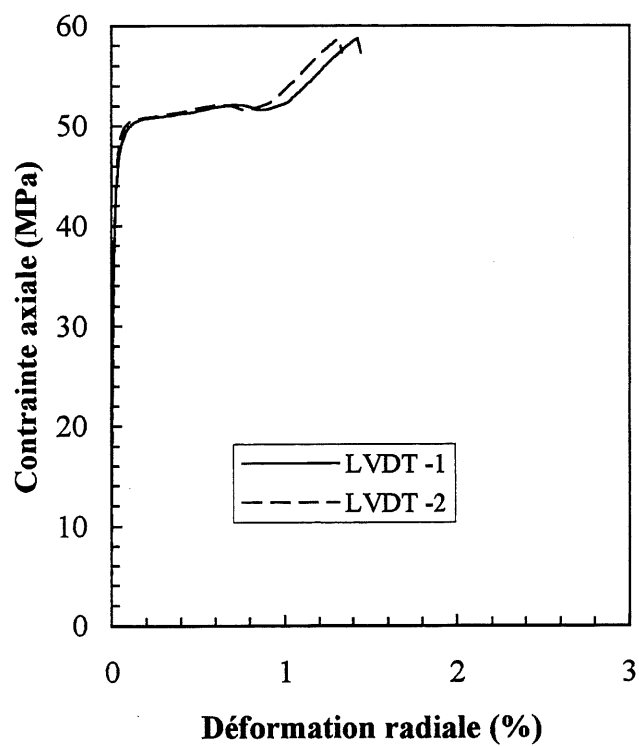
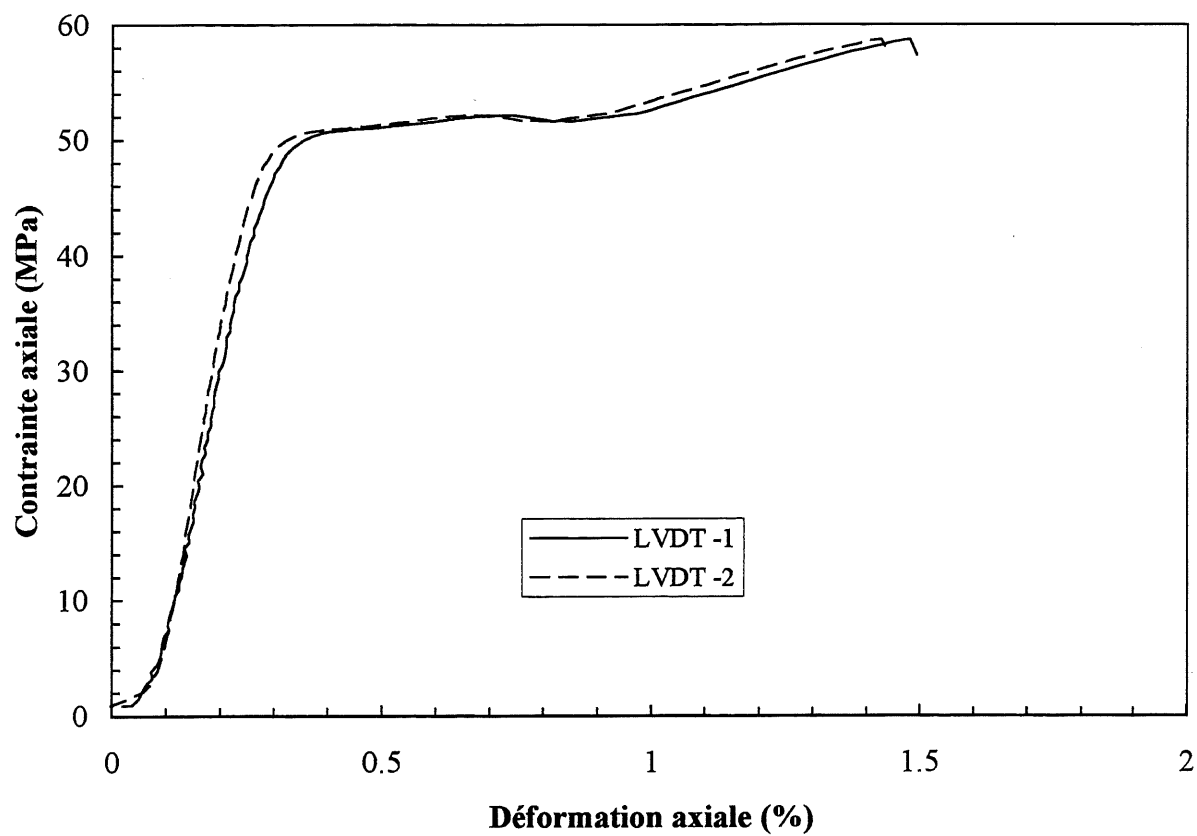
Colonne 4E



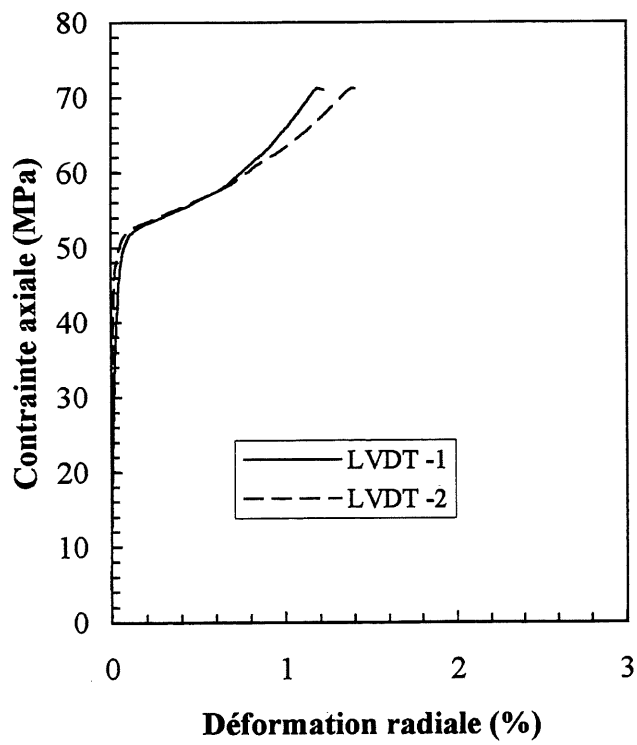
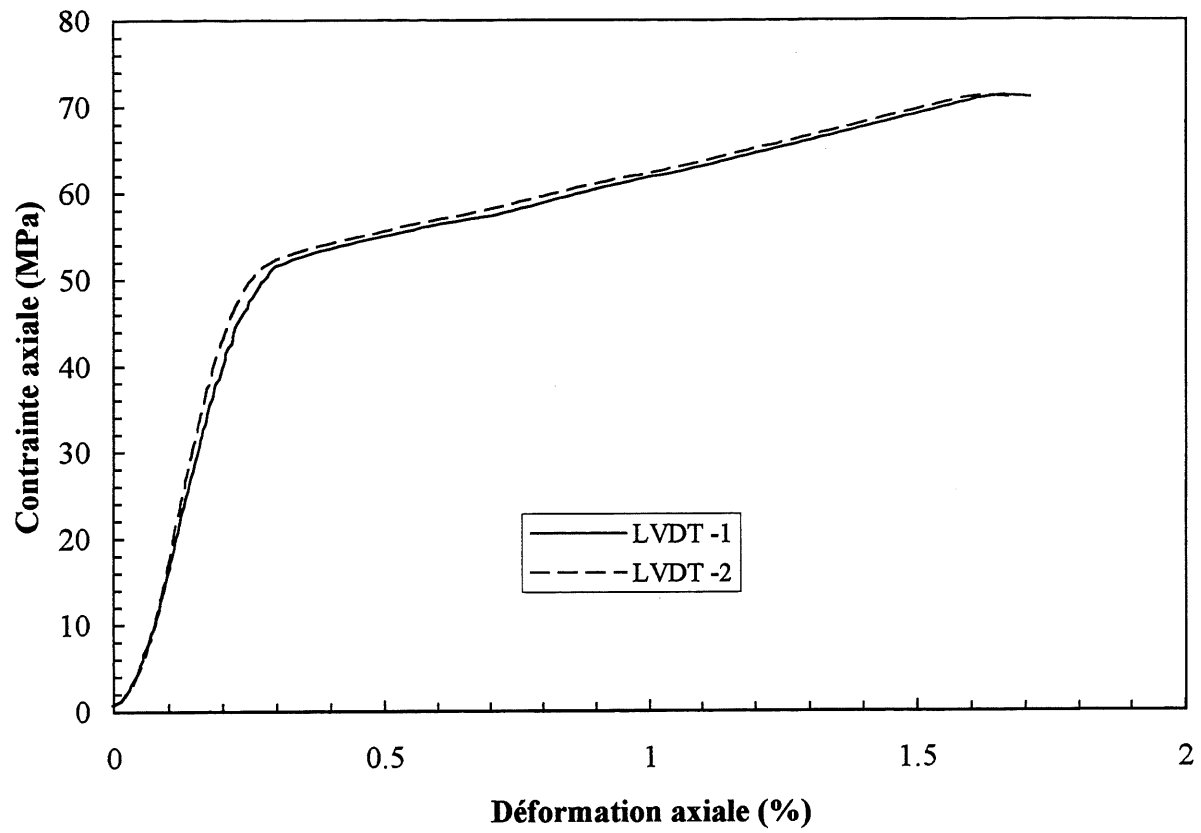
Colonne 5A



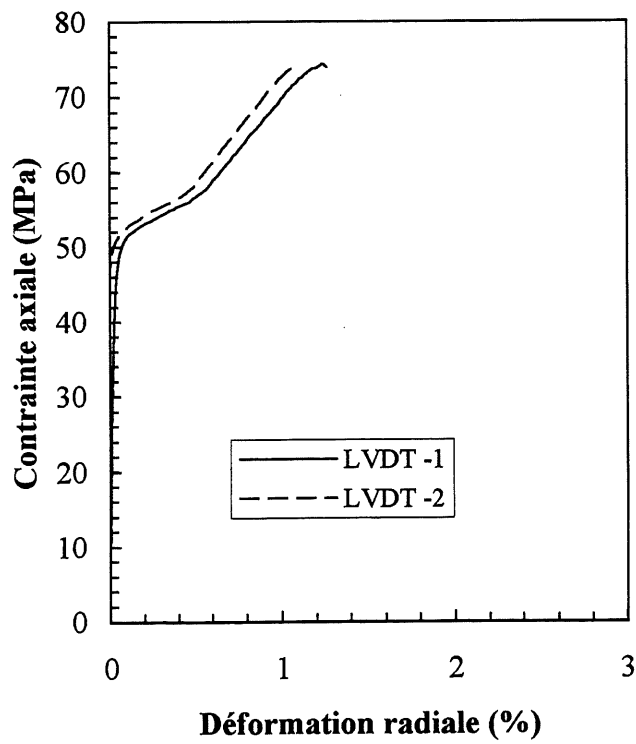
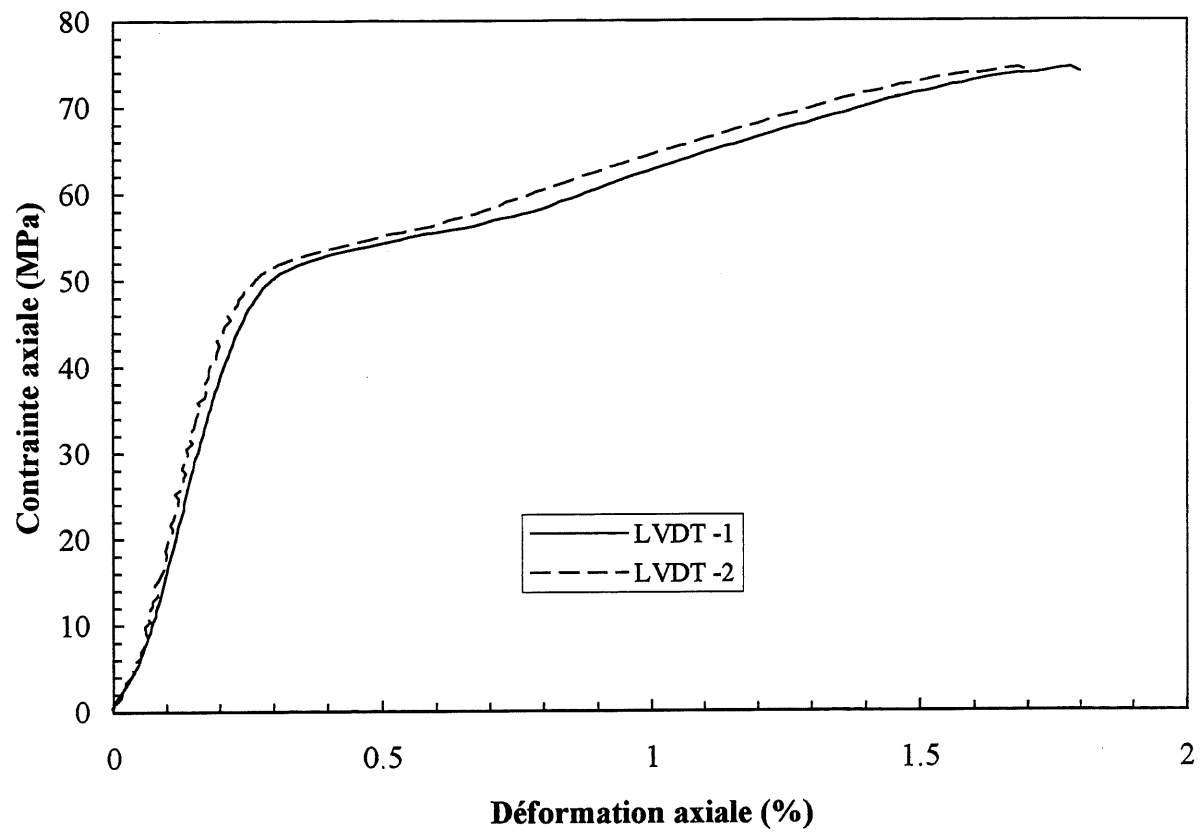
Colonne 5B



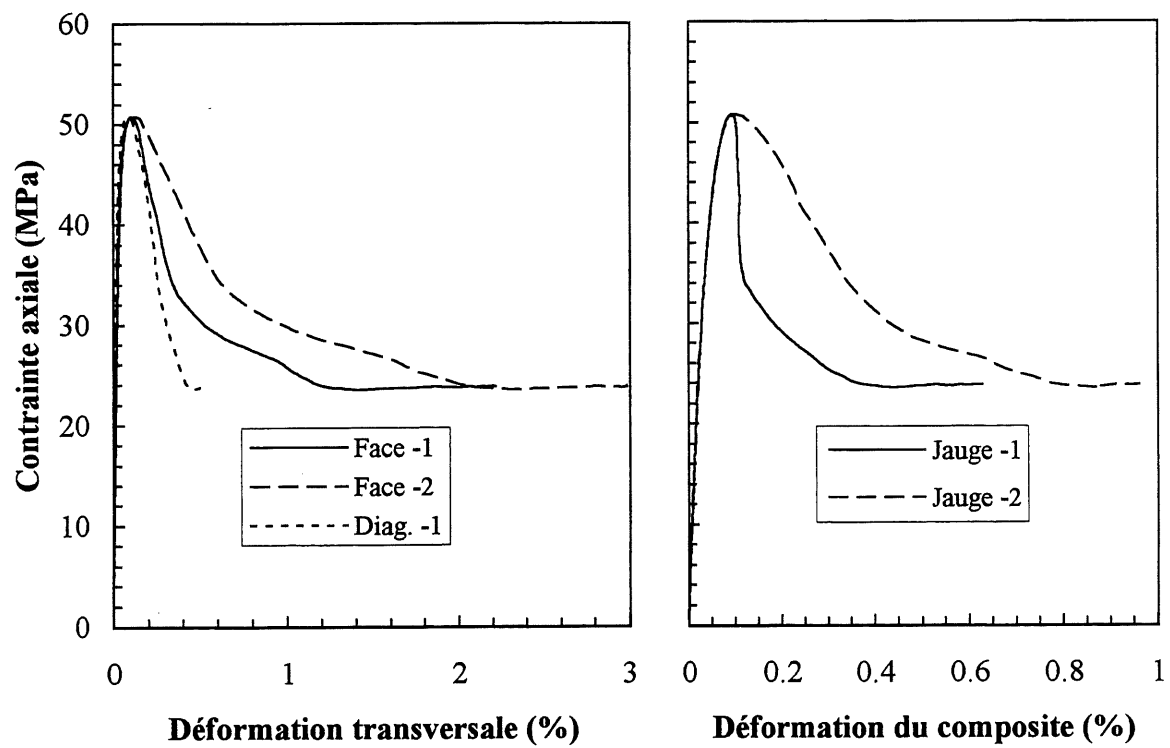
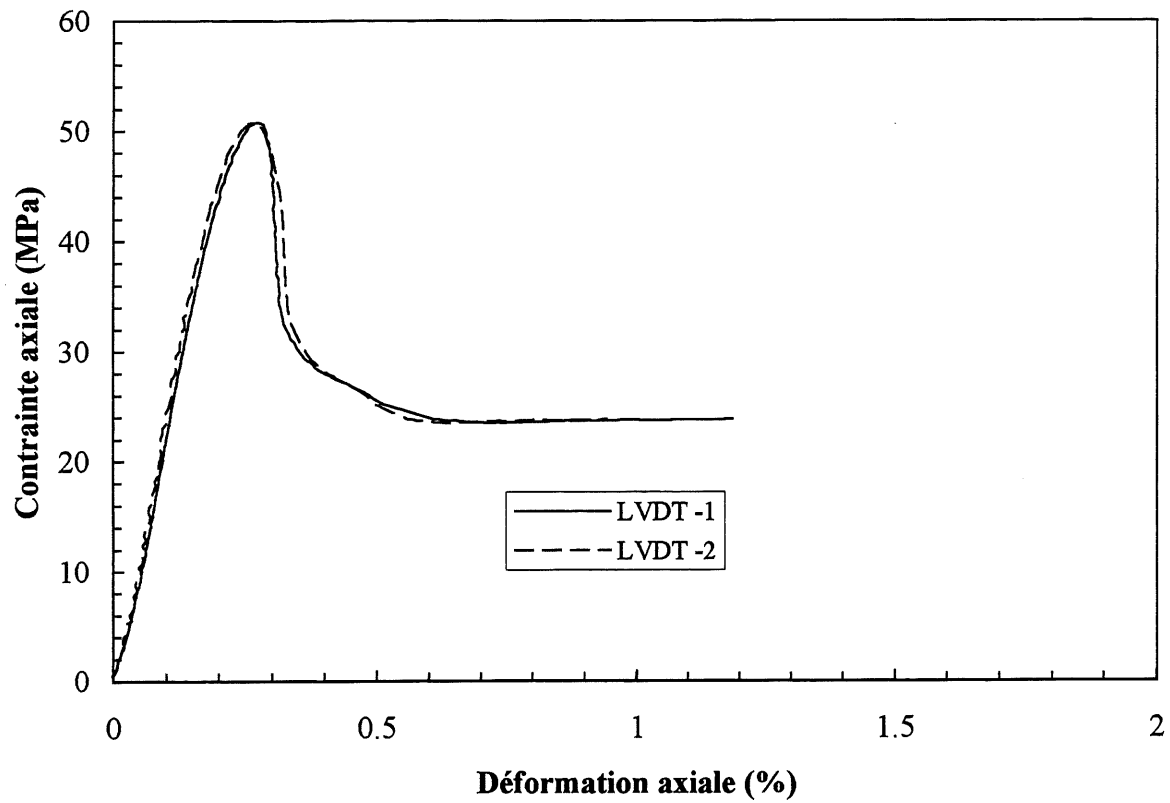
Colonne 5C



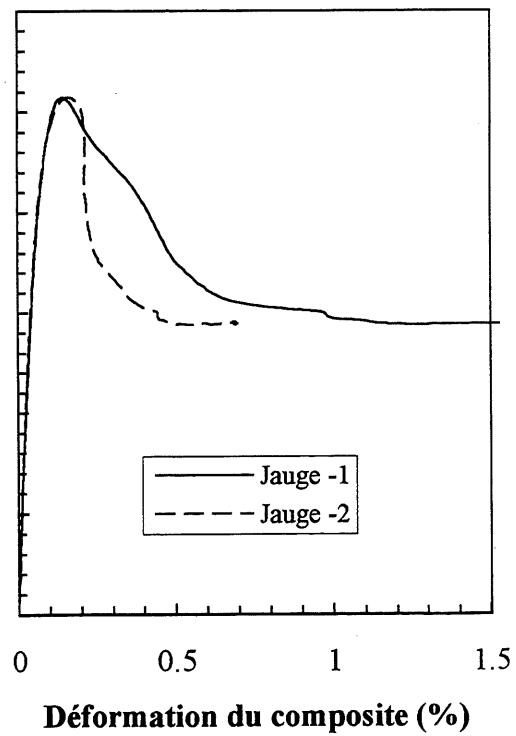
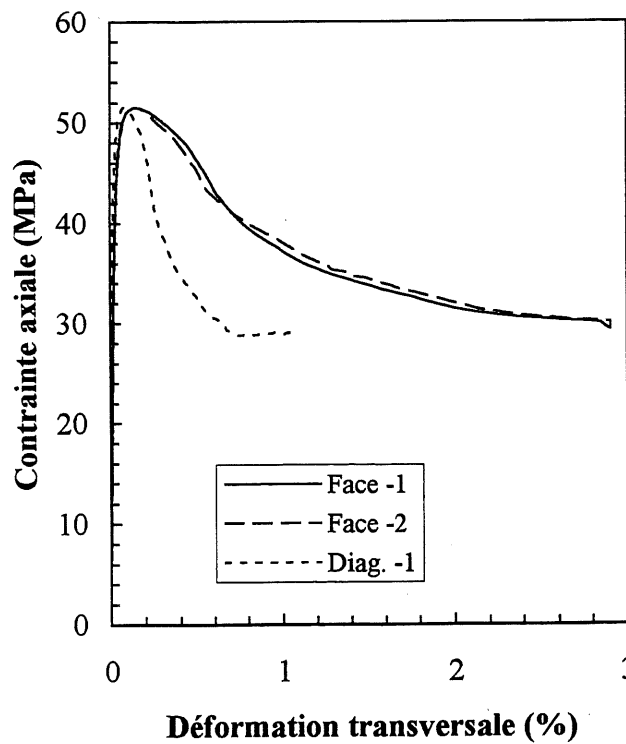
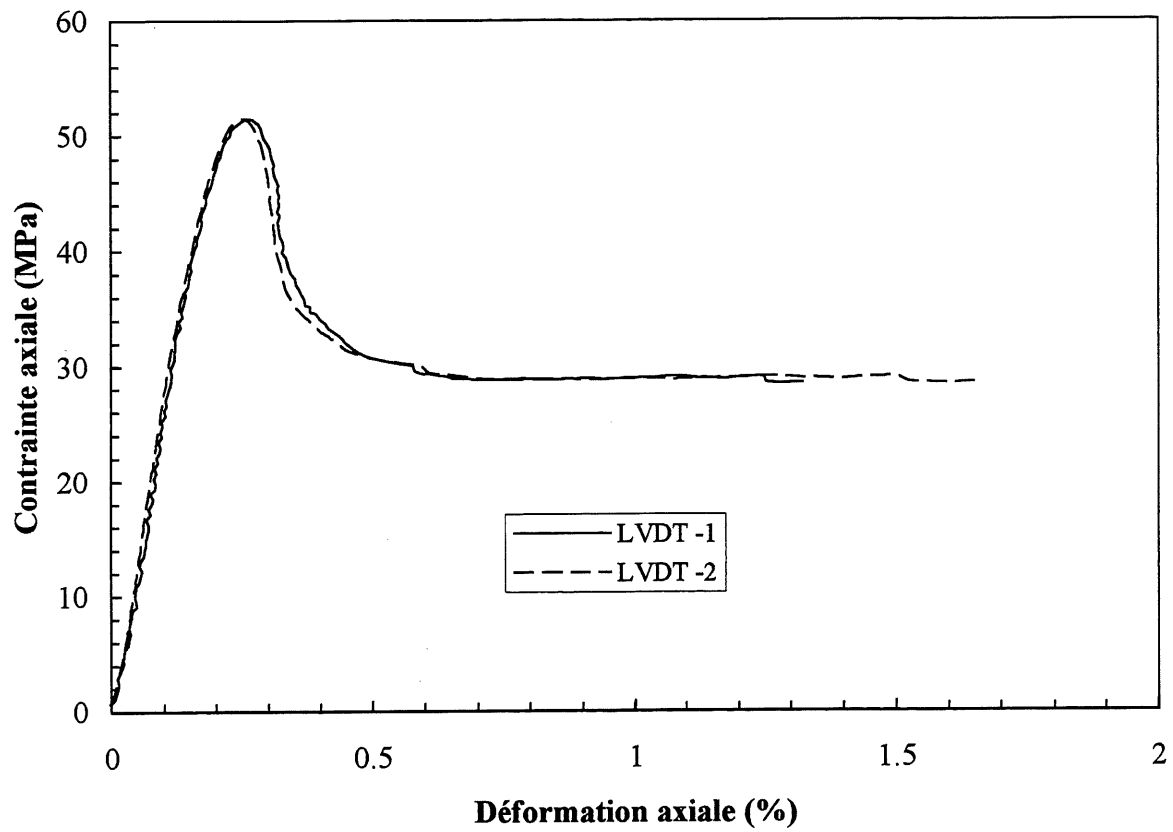
Colonne 5D



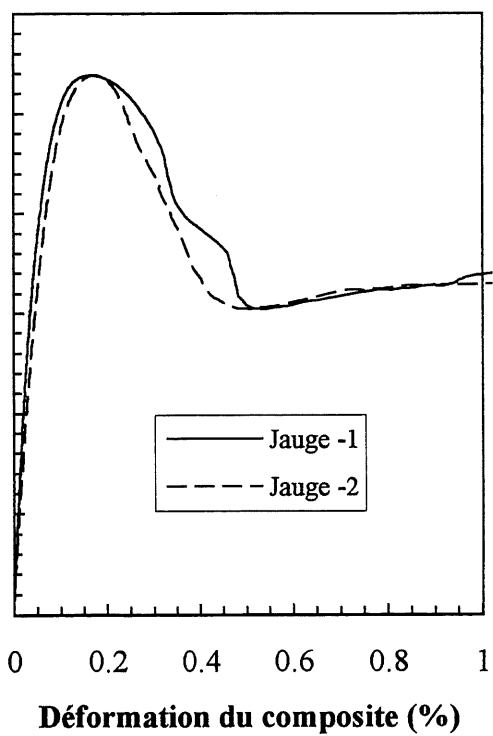
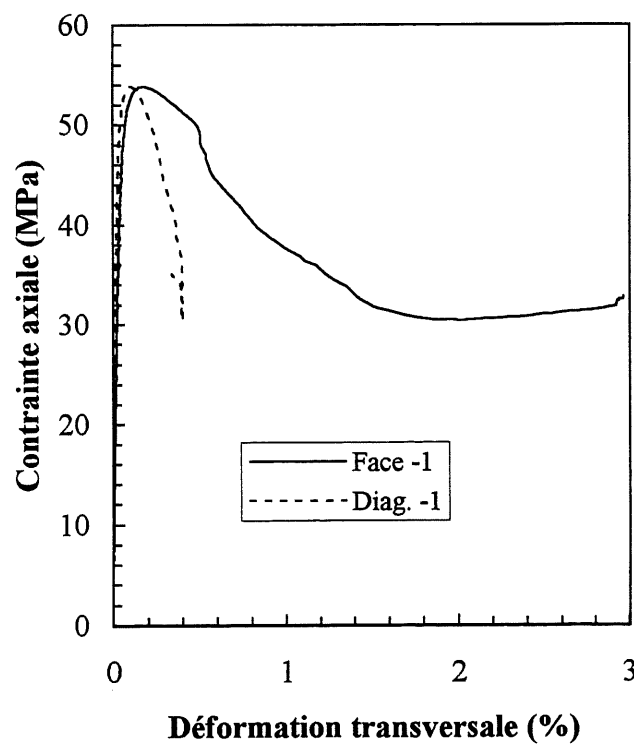
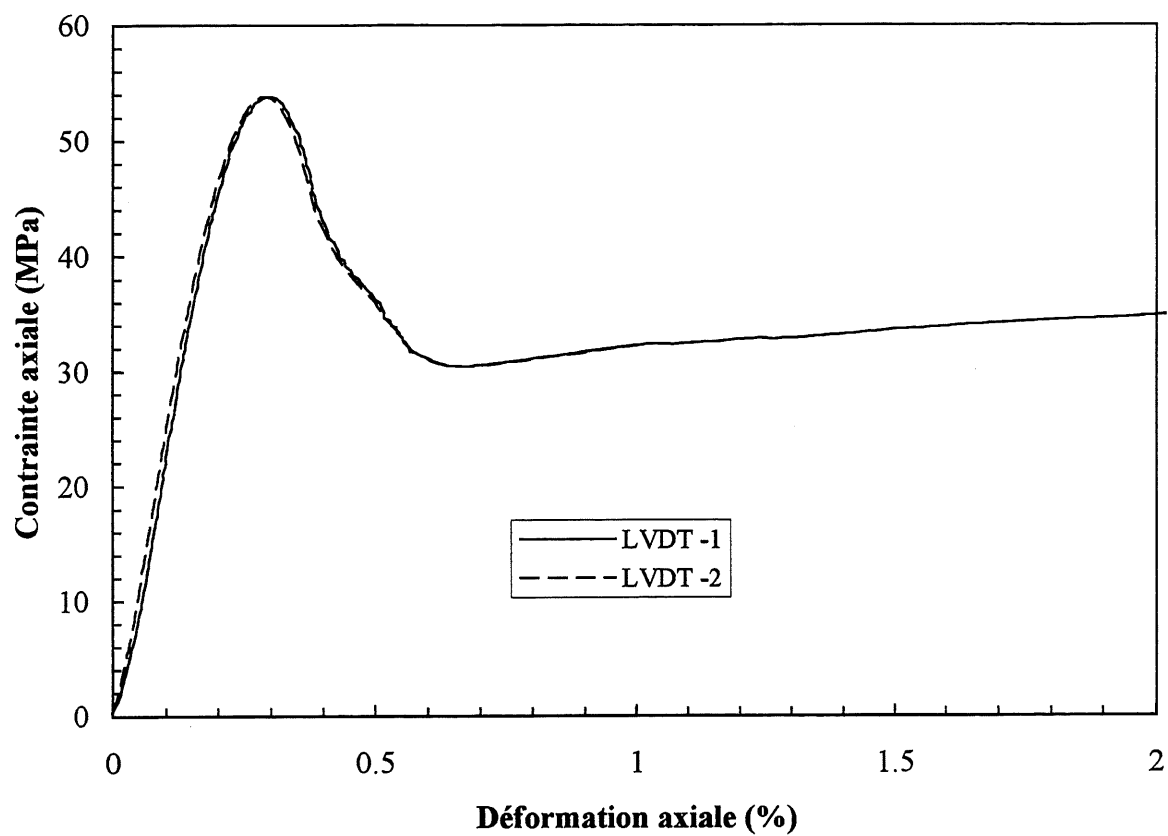
Colonne 6A



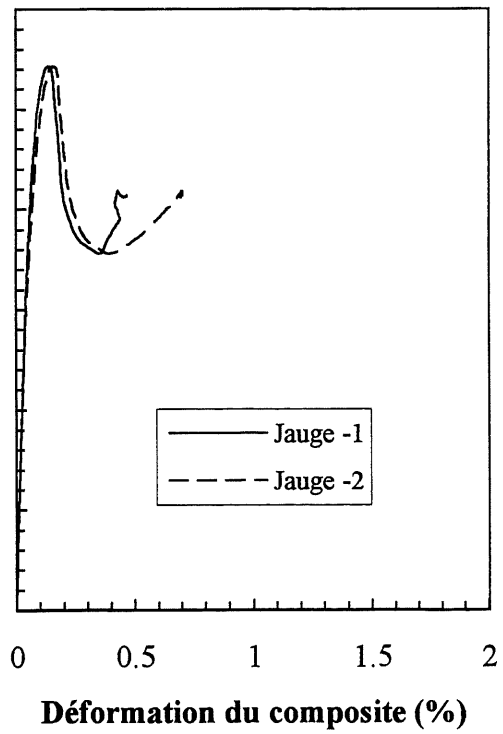
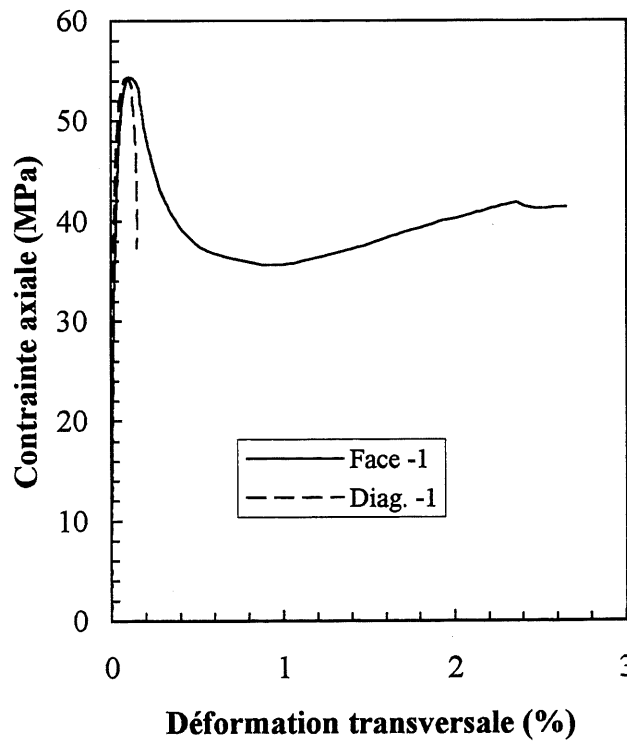
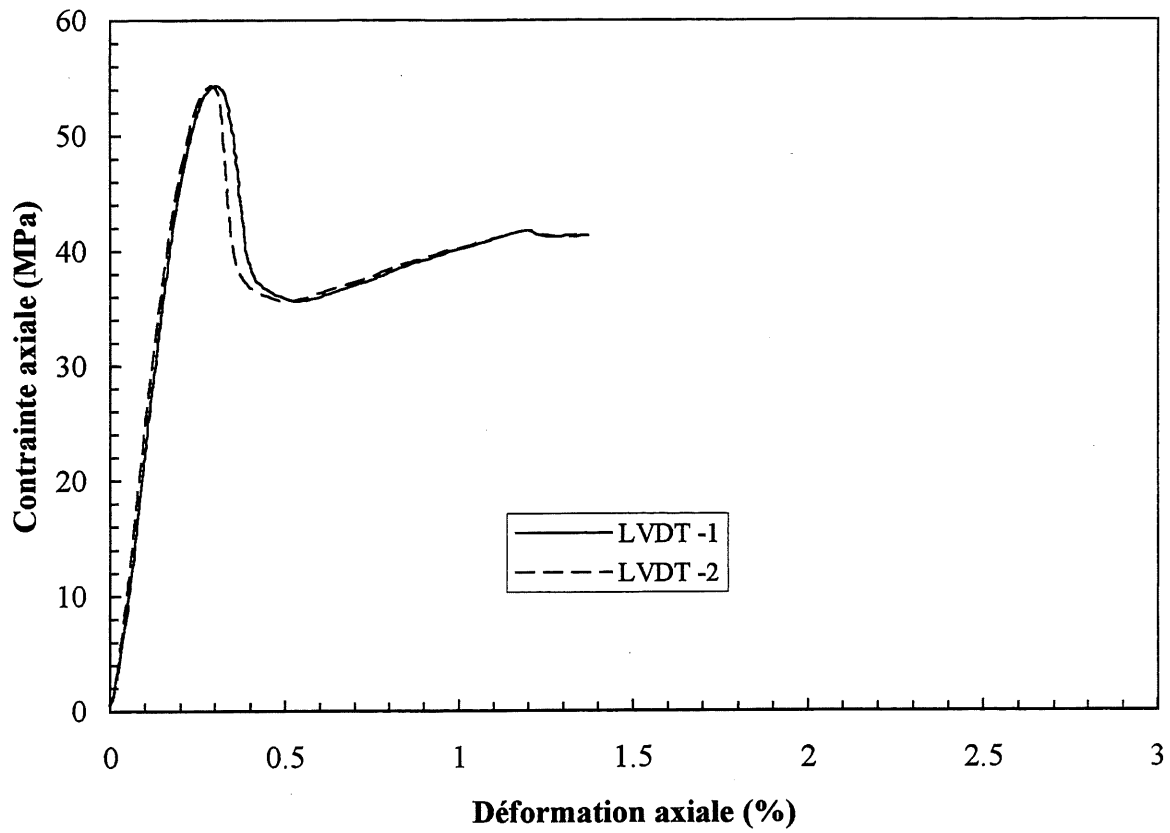
Colonne 6B



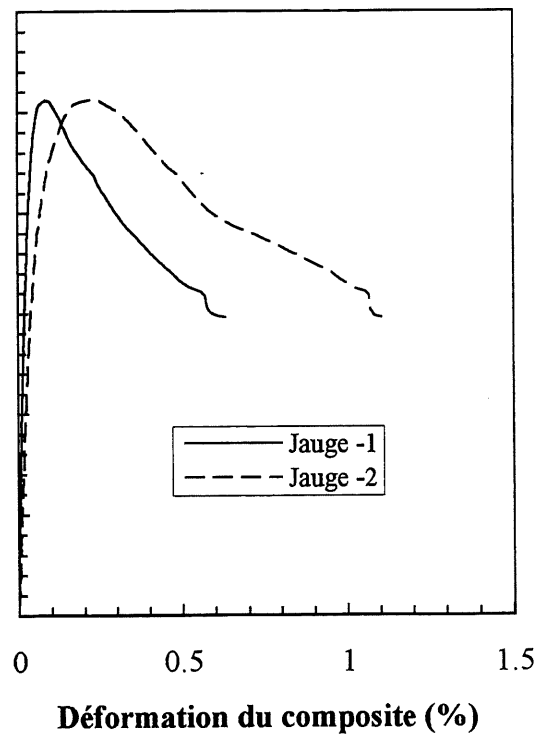
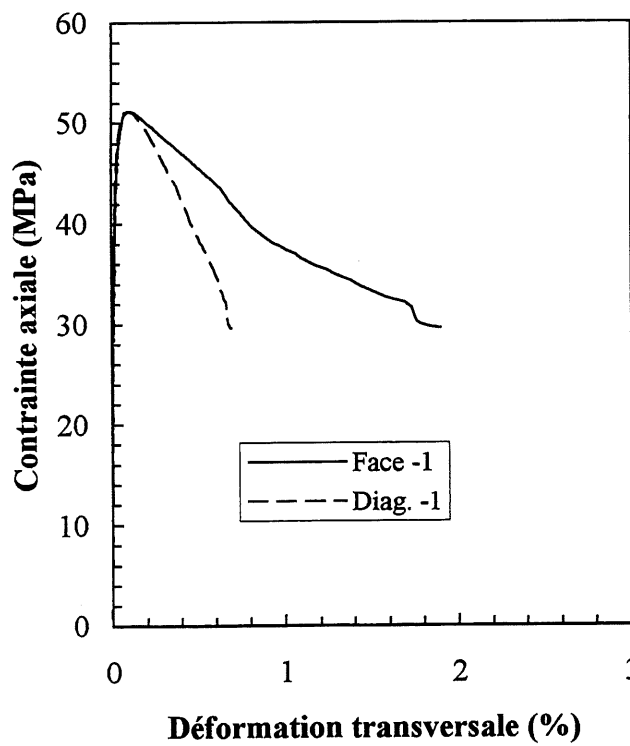
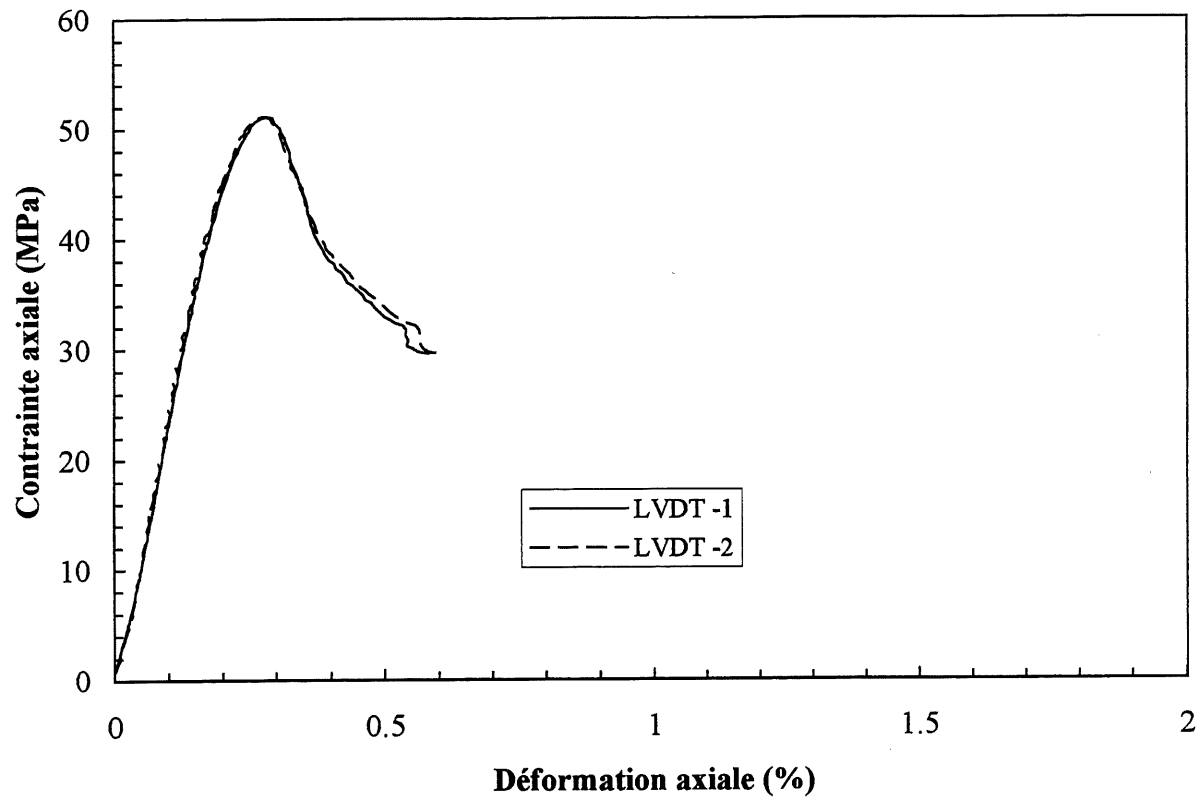
Colonne 6C



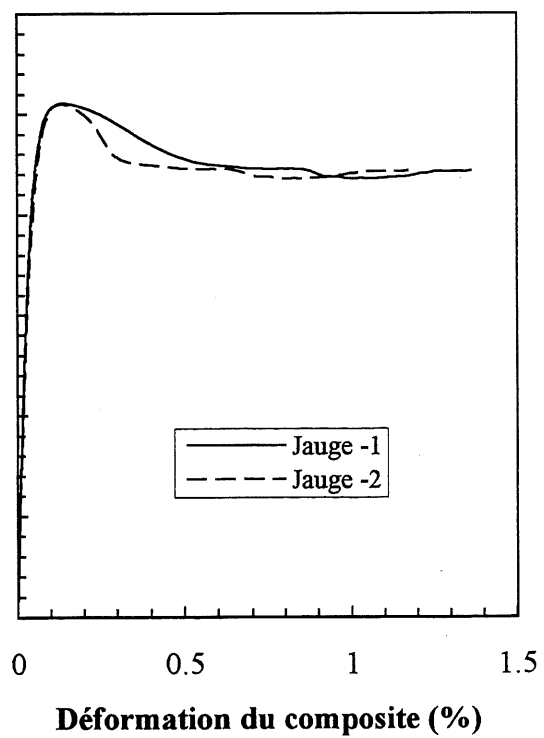
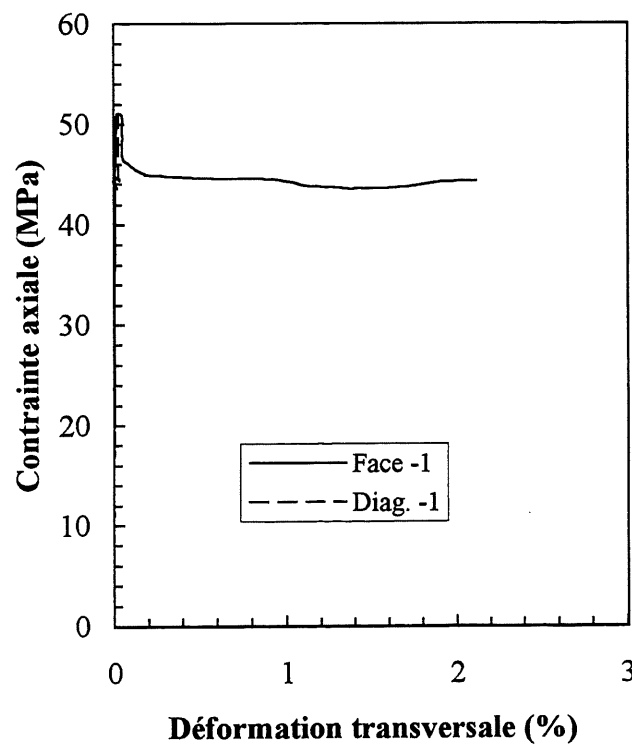
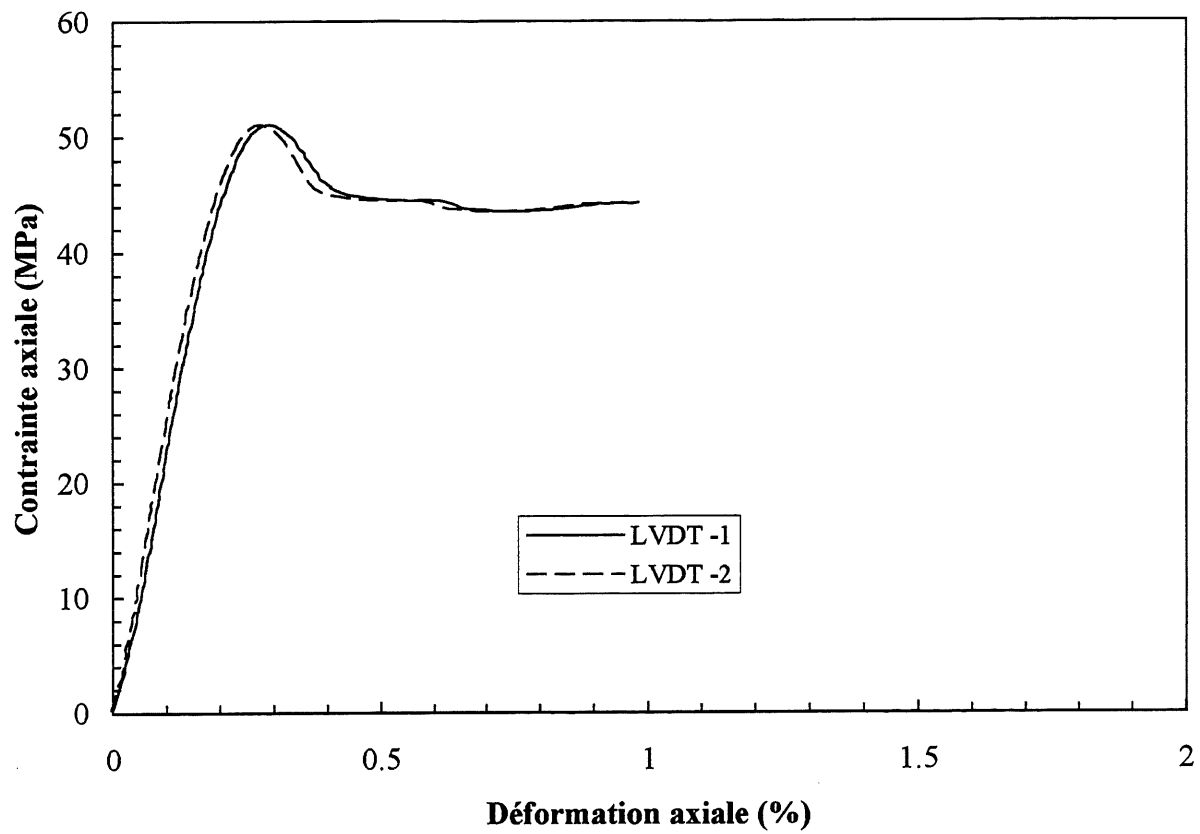
Colonne 6D



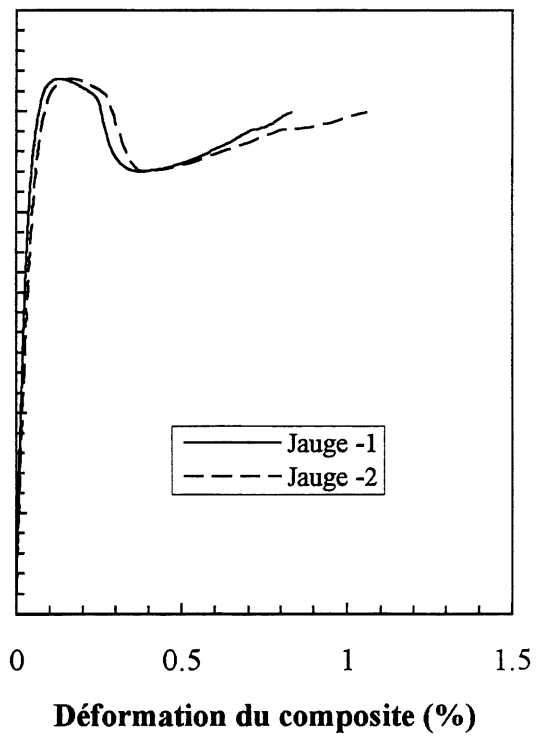
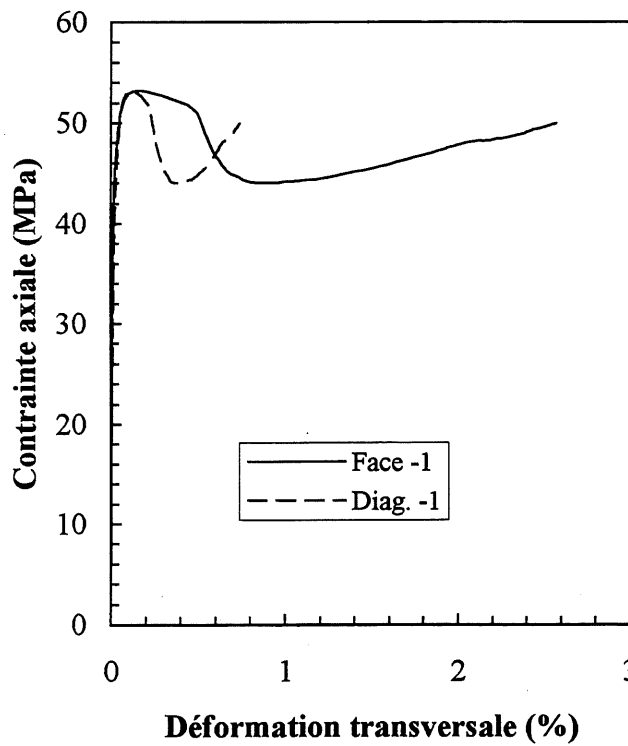
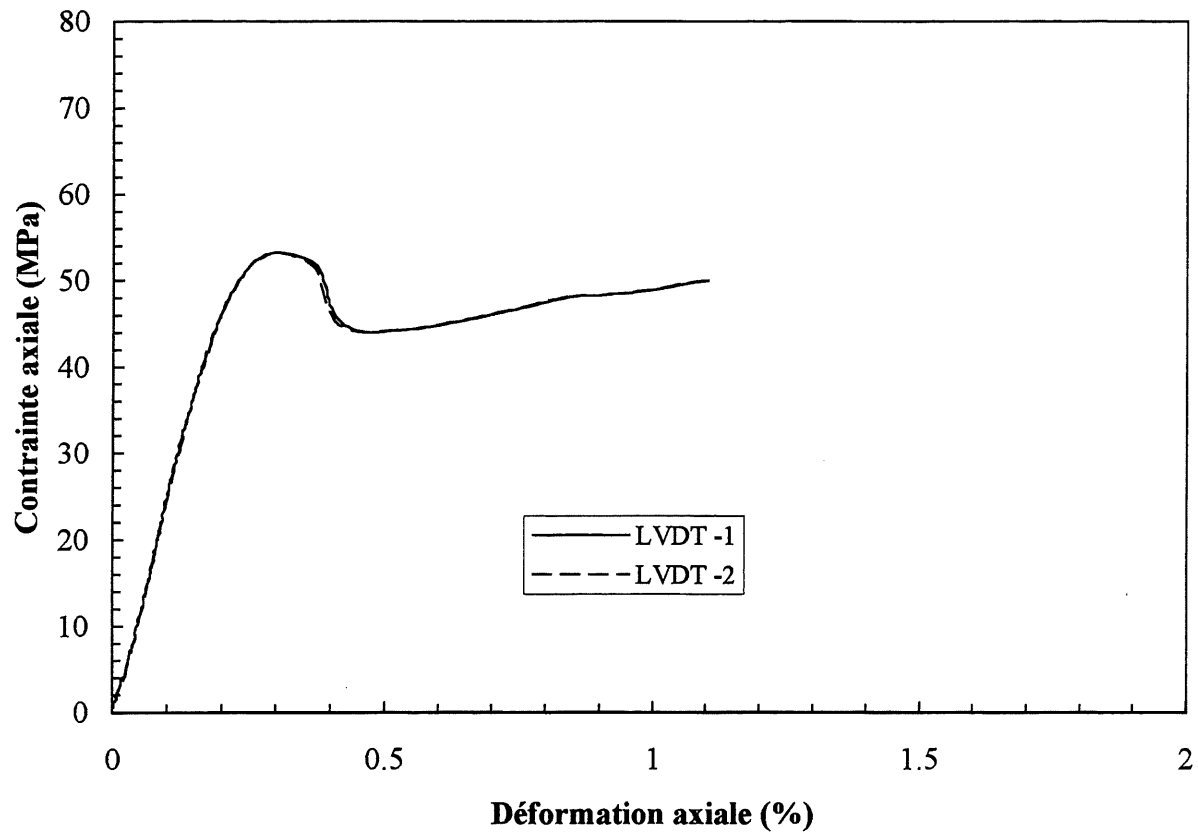
Colonne 6E



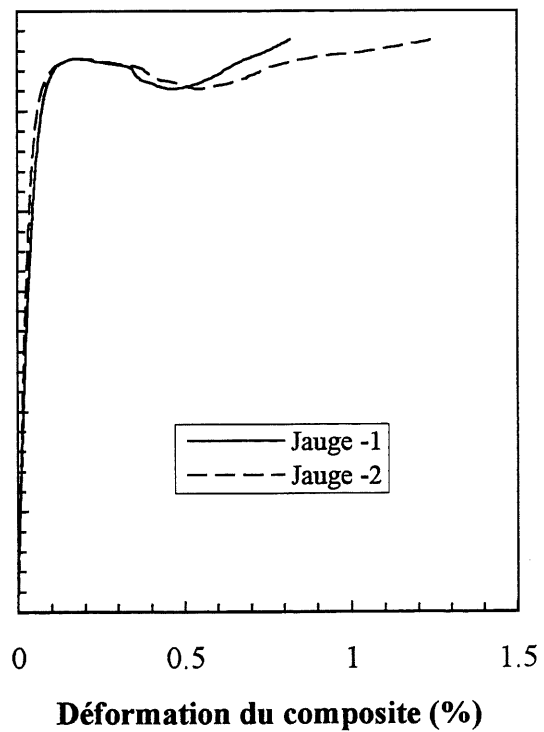
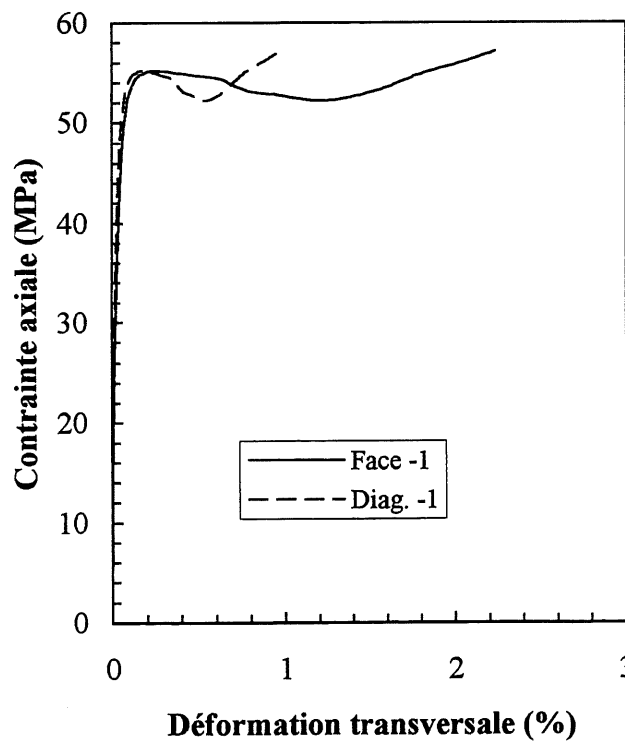
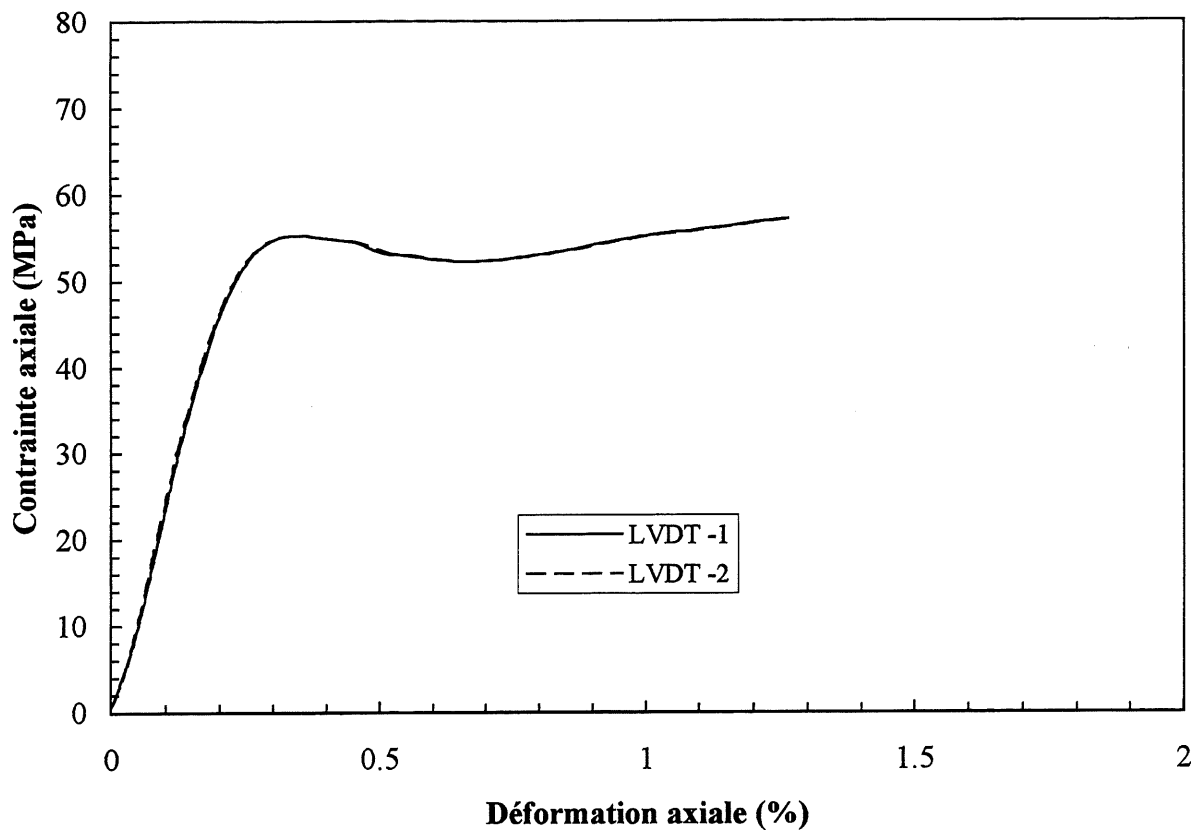
Colonne 6F



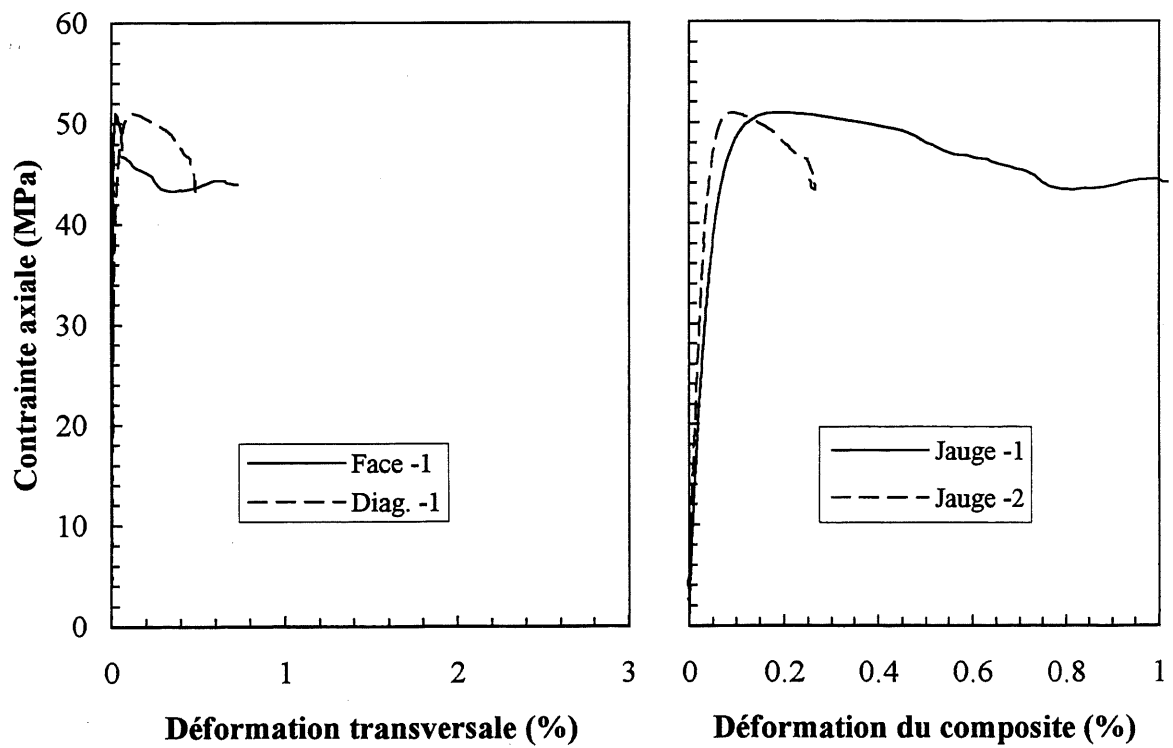
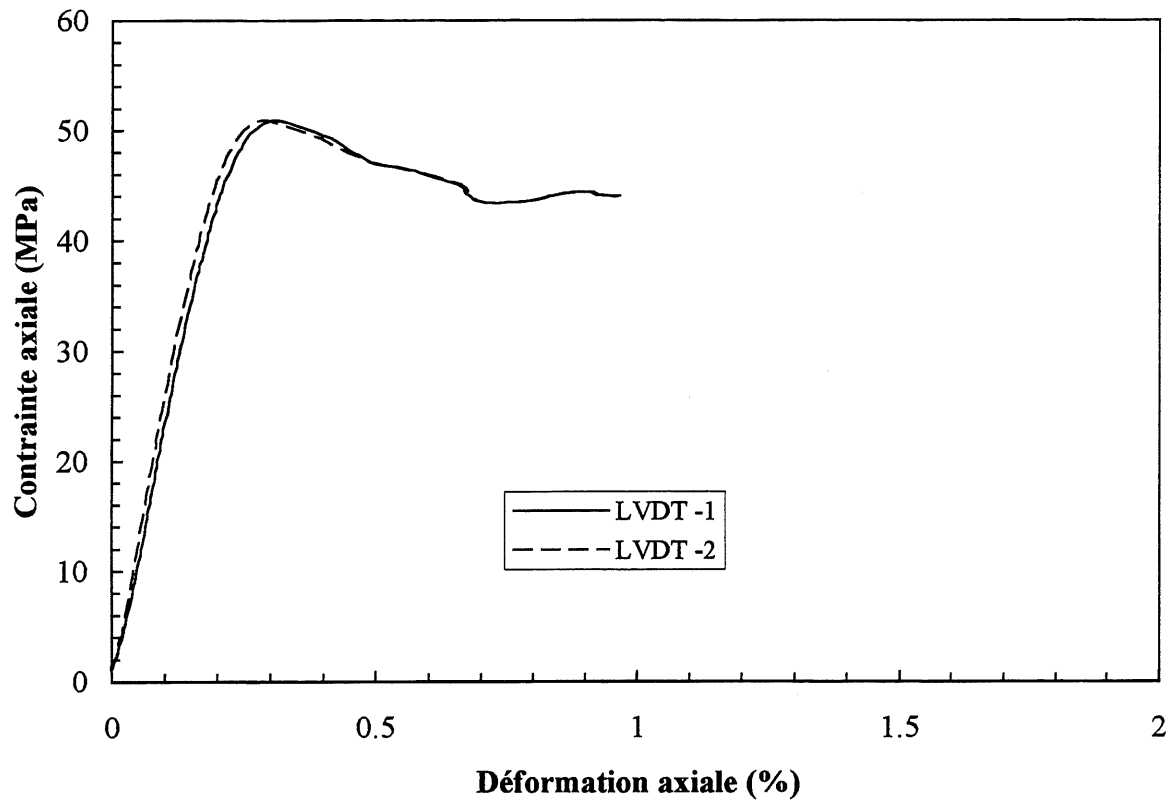
Colonne 6G



Colonne 6H



Colonne 6I



Colonne 6J

